

УДК 624.046.2

ТЕОРИЯ РАСЧЁТА ПРОЧНОСТИ ИЗГИБАЕМЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПО НАКЛОННЫМ СЕЧЕНИЯМ НА ОСНОВЕ ДВУХБЛОЧНОЙ РАСЧЁТНОЙ СХЕМЫ С ПРИМЕРОМ РАСЧЁТА

Канд. техн. наук, доцент **И.Н. Старишко**
(Вологодский государственный
университет (ВоГУ))
Конг. информация: starishkoi@mail.ru

Расчёт прочности изгибаемых железобетонных элементов по наклонным сечениям, заложенный в действующих нормативных документах СП 63.13330.2012 «Бетонные и железобетонные конструкции», а также некоторые другие методы расчёта, разработанные как отечественными, так и зарубежными исследователями, имеют много недостатков, из-за чего результаты расчётов часто далеко не соответствуют опытным результатам. Одной из причин этого является узкая направленность многих экспериментальных исследований, на основе которых была разработана указанная методика расчётов.

Изложены недостатки теории расчёта прочности изгибаемых железобетонных элементов по наклонным сечениям, заложенной в действующих нормативных документах, и пути её совершенствования. Метод расчёта изгибаемых железобетонных элементов по наклонным сечениям, предлагаемый автором статьи, основан на многочисленных как собственных (испытано свыше 500 изгибаемых элементов), так и других отечественных и зарубежных экспериментальных и теоретических исследованиях, в том числе и на исследованиях Звойера Е.М. (США) (см. далее пример расчёта прочности по наклонным сечениям изгибаемой железобетонной балки, принятый из его экспериментальных исследований).

Преимуществом указанного метода расчёта является то, что при решении задач по определению несущей способности изгибаемых железобетонных элементов по наклонным сечениям необходимо предварительно выполнить расчёты по прочности и по образованию трещин в нормальных сечениях, а также расчёт в стадии развития наклонных трещин. При этом используется взаимосвязь в развитии напряженно-деформированного состояния при действии нагрузки как в нормальных, так и наклонных к продольной оси элементов сечениях, вплоть до разрушения балок, полученная в результате эксперимен-

тально-теоретических исследований. Такой комплексный учет основных факторов, влияющих на образование и развитие трещин, а также на несущую способность изгибаемых железобетонных элементов по наклонным сечениям, обеспечивает близкое совпадение опытных и расчётных данных, повышает надежность, долговечность и экономичность конструкций в процессе их эксплуатации.

Ключевые слова: *изгибаемые элементы, уравнения равновесия, критерии прочности бетона, пролёты среза, несущая способность, экспериментальные исследования, наклонные сечения, напряженно-деформированное состояние, факторы влияния, метод расчёта.*

ВВЕДЕНИЕ

В изгибаемых предварительно напряженных железобетонных элементах, а также элементах без предварительного напряжения напряженно-деформированное состояние бетона растянутой и сжатой зоны сечения, поперечной и продольной арматуры в стадиях образования наклонных трещин, их развития и разрушения изучено мало ввиду недостаточного количества экспериментальных исследований, поэтому существующие методы расчёта, как правило, не являются достаточно обоснованными. Применяемые методы расчёта прочности наклонных сечений изгибаемых элементов при действии поперечных сил: метод равновесия предельных усилий в наклонном сечении, заложенный в нормах России, а также в нормах некоторых стран ближнего зарубежья; метод ферменной аналогии, заложенный в нормах Германии, Франции, предложенный также в рекомендациях норм ЕКБ¹; метод критической наклонной трещины, используемый в нормах США, Канады и других стран, влияние предварительного напряжения продольной арматуры на прочность наклонных сечений или совсем не учитывают, или учитывают его косвенно, путем введения различных эмпирических коэффициентов и зависимостей.

Влияние сил зацепления шероховатой поверхности берегов в критической наклонной трещине, как правило, изогнутой выпуклостью к верхней грани балки, а также влияние нагельного эффекта в продольной арматуре, пересеченной наклонной трещиной, также не учитывается.

¹ Еврокод 2: Проектирование железобетонных конструкций – Часть 1 – 1: Общие правила и правила для зданий / Европейский комитет по стандартизации, 2002. – 226 с.

Материалы и методы

Методика расчёта прочности наклонных сечений изгибаемых железобетонных элементов, излагаемая в статье, имеет более общий подход: уравнения равновесия моментов, продольных и поперечных сил в наклонном сечении решаются совместно; прочность бетона сжатой зоны оценивается с учетом распределения нормальных и касательных напряжений и критерия прочности бетона при плоском напряженном состоянии [1, 2]; совместно рассматриваются условия развития наклонной трещины и разрушения бетона над ней и другие факторы. Условием образования и последующего развития критической наклонной трещины в изгибаемых предварительно напряженных элементах, а также в элементах без предварительного напряжения, как отмечено выше, является достижение нормальными и касательными напряжениями над её вершиной предельных значений из критерия прочности бетона при плоском напряженном состоянии.

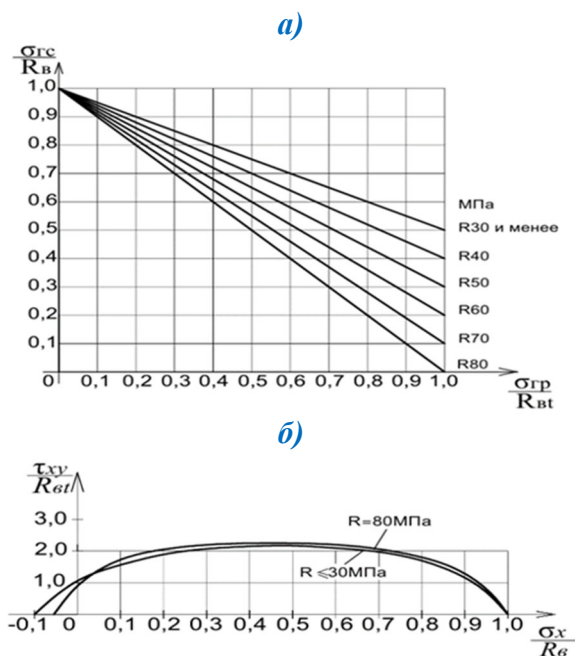


Рис. 1. Критерии прочности бетона при плоском напряженном состоянии:
а) в координатах напряжений $\sigma_{гс}$, $\sigma_{гп}$;
б) в координатах напряжений σ_x , τ_{xy}

Установлены критерии прочности бетона при плоском напряженном состоянии в координатах главных напряжений в областях сжатие-растяжение (**рис. 1 а**), а также критерий прочности в координатах нормальных и касательных напряжений (**рис. 1 б**). Так как критерий прочности бетона в координатах главных сжимающих и главных растягивающих напряжений существенно зависит от прочности бетона на сжатие и величины напряжений, то в дальнейших расчётах принят критерий прочности бетона в координатах нормальных и касательных напряжений. Если нормальные напряжения в бетоне сжатой зоны $\sigma_b < R_b$, то соответствующие им касательные напряжения τ_{xy} могут быть приняты равными $k \cdot R_b$. При изменении σ_b в пределах (от 0,34 до 0,7) R_b значение k изменяется не существенно и в среднем составляет 2,2 (**рис. 1 б**).

Конечным этапом развития критической наклонной трещины считается достижение ею сечения под грузом [3] (**рис. 2**). С дальнейшим возрастанием нагрузки в предварительно напряженных балках, а также в некоторых балках без предварительного напряжения продольной арматуры, наклонная трещина развивается в зону чистого изгиба по траектории близкой к горизонтали, где и происходит разрушение бетона сжатой зоны над ней, а следовательно, и полное разрушение элемента (**рис. 3-5**). В балках без предварительного напряжения критическая наклонная трещина в стадии ее развития доходит до линии действия нагрузки, но с дальнейшим увеличением нагрузки в зону чистого изгиба входит на незначительную длину или совсем в нее не заходит, а разрушение бетона происходит перед местом приложения нагрузки или в области ее приложения (**рис. 5 – балка Б-III-2б**). Условием разрушения элемента по наклонному сечению является достижение нормальными напряжениями в бетоне сжатой зоны у верхней грани предельных значений $\sigma_x^{пр}$, соответствующих действующим касательным напряжениям. Поскольку фактическая эпюра напряжений в бетоне сжатой зоны криволинейная (**рис. 2**), то в расчётах прочности изгибаемых элементов на действие поперечных сил, как отмечено выше, необходимо учитывать влияние и касательных напряжений τ_{xy} . Так как на верхней грани элемента касательные напряжения равны нулю, то предельные нормальные напряжения принимаются равными R_b .

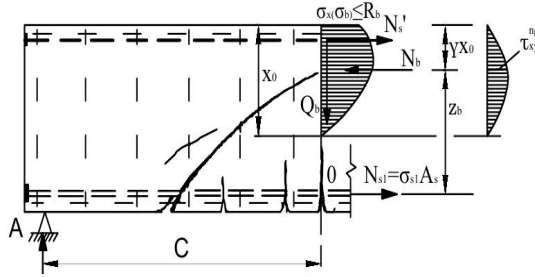


Рис. 2. Напряжённое состояние нормального сечения, проходящего через вершину критической наклонной трещины при её образовании и развитии

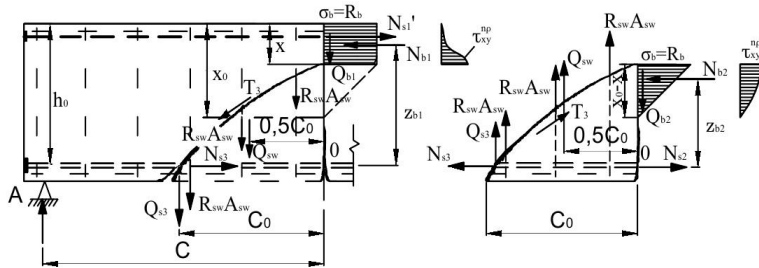


Рис. 3. Расчётная схема наклонного сечения при расчёте прочности при больших пролётах среза

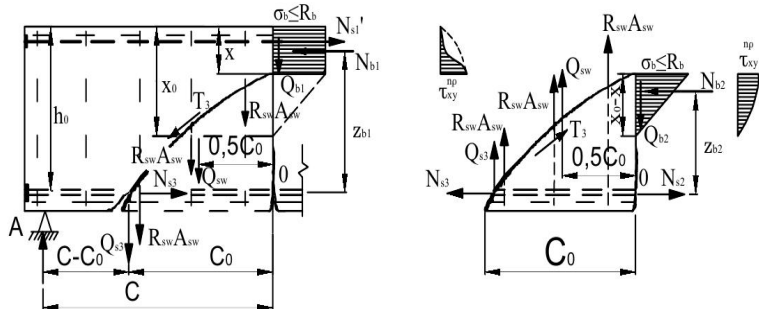
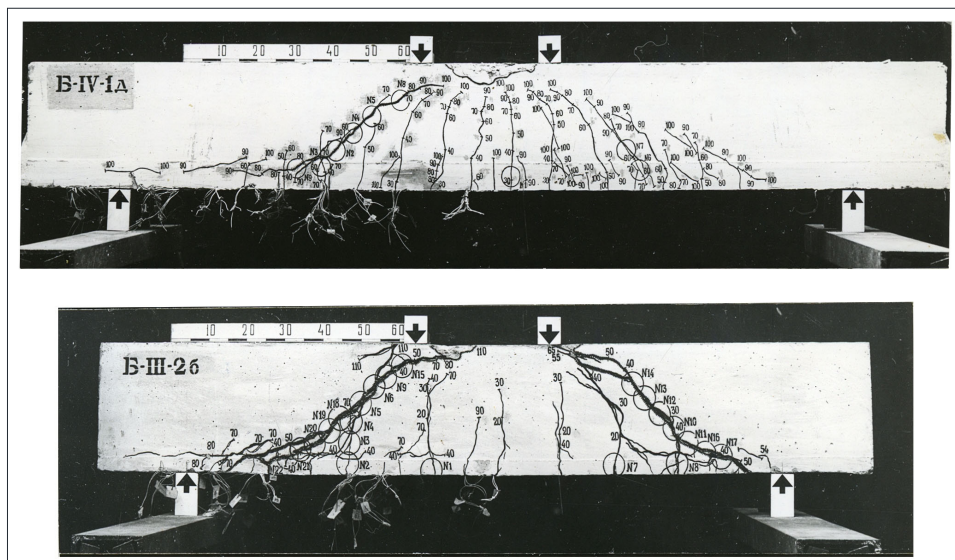


Рис. 4. Расчётная схема наклонного сечения при расчёте прочности при малых пролётах среза



*Рис. 5. Результаты испытаний балок:
предварительно напряжённой Б-IV-1д – с большим пролётом среза;
без предварительного напряжения Б-III-2б – с малым пролётом среза²*

Значение разрушающей по наклонным сечениям нагрузки в изгибаемых железобетонных предварительно напряженных элементах при действии сосредоточенных сил, в том числе и при равномерно распределенной нагрузке, зависит от многих факторов [4-16], о которых упоминалось ранее. Кроме них необходимо учесть и надежность анкеровки продольной растянутой арматуры.

Если последняя обеспечена, то разрушение элементов по наклонным сечениям может происходить по одному из двух видов (рис. 5):

- 1) В балке Б-IV-1д, с большим пролётом среза, критическая наклонная трещина при действии нагрузки развивается в сторону зоны чистого изгиба (к линии действия сосредоточенной силы), где сразу же происходит разрушение сжатой зоны бетона над вершиной наклонной трещины, а следова-

² По результатам экспериментов автора статьи, проведенных в Научно-исследовательском, проектно-конструкторском и технологическом институте бетона и железобетона им. А. А. Гвоздева (НИИЖБ).

тельно, и полное разрушение балки при нагрузке 100 кН (показание манометра насосной станции).

- 2) В балке Б-III-2б, с малым пролётом среза, критическая наклонная трещина при действии нагрузки достигла зоны чистого изгиба, пересекая всю высоту балки при нагрузке 50 кН, что составляет менее 50 % от разрушающей нагрузки. Чтобы создать условия разрушения балки при достижении в бетоне предельного состояния, соответствующего критерию прочности при плоском напряженном состоянии в координатах сжатие-срез, необходимо ее было догрузить внешней нагрузкой до 110 кН. Следовательно, при действии статических нагрузок в балках с малыми пролетами среза разрушение по наклонным сечениям, как правило, происходит менее интенсивно по сравнению с балками при больших пролетах среза, при условии одинаковой скорости загрузки и их одинаковых геометрических и механических характеристиках.

Для обоснования изложенных видов разрушения в качестве примера можно сравнить результаты испытаний 2-х балок в экспериментальных исследованиях, проведенных автором статьи в НИИЖБ (рис. 5): балки Б-IV-1д (пролет среза $C = 81,5$ см; балка со средним значением предварительного напряжения продольной арматуры с шагом поперечных стержней на левом участке длины пролета среза $S = 10$ см и на правом $S = 5$ см), а также балки Б-III-2б (пролет среза $C = 60$ см; балка без предварительного напряжения продольной арматуры с шагом поперечных стержней на левом участке длины пролета среза $S = 20$ см и на правом $S = 15$ см).

Из фотографий испытаний указанных балок (рис. 5) видно, что в зоне действия поперечных сил критическая наклонная трещина разделяет балку на 2 блока (*верхний* – левый и *нижний* – правый), ограниченных нормальной трещиной, расположенной вдоль линии действия нагрузки или вблизи ее. При испытаниях балок установлено, что когда при действии нагрузки наклонная трещина достигает сечения под грузом, приборы чётко показывают работу бетона на сжатие, как над наклонной трещиной, так и под ней.

Из фотографий также видно, что балка Б-IV-1д, с большим пролётом среза, разрушилась по нормальным сечениям (так как расстояния от вершины нормальных трещин, образованных в зоне чистого изгиба, находятся несколько ближе к области разрушения бетона сжатой зоны по сравнению с указанным расстоянием от вершины критической

наклонной трещины, образованной в зоне действия поперечных сил). Однако в указанной выше балке ширина раскрытия наклонных трещин перед разрушением бетона сжатой зоны больше по сравнению с шириной раскрытия нормальных (вертикальных) трещин, поэтому балка имеет прочность, близкую по величине как по нормальным, так и по наклонным сечениям. Разрушение балки Б-III-2б, с малым пролётом среза, произошло по наклонным сечениям (наклонная трещина возникла в зоне действия поперечных сил с увеличением нагрузки, затем прошла в зону чистого изгиба на незначительную длину, где и произошло разрушение бетона сжатой зоны над ней) (рис 5).

Из сравнения образования и развития наклонных трещин в приведенных балках также видно, что с увеличением длины пролёта среза С (балка Б-IV-1Д), когда с ростом нагрузки критическая наклонная трещина только достигла сечения под грузом, при нагрузке 90 кН (показание манометра пресса), напряжение в бетоне над ней одновременно достигает предельных значений или близких к ним, т.е. $\sigma_b \approx R_b$ (рис. 3). Разрушение указанной балки по нормальному сечению произошло при нагрузке 100 кН.

С уменьшением длины пролёта среза С (балка Б-III-2б), когда критическая наклонная трещина достигает вертикального сечения по линии действия нагрузки (при 50-ти кН в дальнейшем с увеличением нагрузки она развивается (в зоне чистого изгиба) почти горизонтально, и чтобы создать условия разрушения балки, необходимо было увеличить нагрузку до 110 кН. Таким образом, автором статьи экспериментально установлено, что в балках с малыми пролетами среза в стадии развития критической наклонной трещины (когда она только достигла сечения под грузом) напряжение в бетоне сжатой зоны не достигает предельных значений, т.е. $\sigma_b < R_b$ (рис. 4).

В соответствии с экспериментально выявленным характером разрушения на приопорных участках балок в качестве расчётной принята схема, состоящая из двух блоков – верхнего (левого) и нижнего (правого), разделенных критической наклонной трещиной и ограниченных от остальной части балки нормальным сечением, проходящим по границе зоны чистого изгиба (рис. 2-4). Соединение этих блоков друг с другом и остальной частью балки осуществляется податливыми связями: в верхней части бетоном сжатой зоны и продольной сжатой арматурой, в средней части – поперечной арматурой, в нижней части – продольной растянутой арматурой. Для определения поперечной силы в стадии разрушения элемента по наклонному сечению необходимо определить усилия в указанных связях.

Оба блока под действием внешних нагрузок и внутренних усилий находятся в равновесии. Используя уравнения равновесия (рис. 2-4), а также дополнительные зависимости, определяются усилия в указанных выше связях в стадии развития критической наклонной трещины и в стадии разрушения элемента по наклонному сечению. При этом принимаются следующие исходные положения:

- 1) Растягивающие напряжения в продольной напрягаемой арматуре в стадии развития критической наклонной трещины и в стадии разрушения элемента определяются в нормальном сечении с помощью разработанной автором статьи диаграммы зависимости между напряжением в арматуре σ_s и величиной изгибающего момента M , которая имеет перелом в точке, отвечающей образованию трещин M_{crc} (рис. 6), а в наклонных сечениях из условий равновесия горизонтальных усилий в верхнем (или нижнем) блоке.
- 2) Эпюра нормальных напряжений в бетоне сжатой зоны в стадии развития критической наклонной трещины принимается криволинейной с коэффициентом полноты $\omega = \frac{2}{3}$ и коэффициентом, определяющим положение ординаты центра тяжести относительно верхней грани элемента $\gamma = 0,4$ (рис. 2). Сравнение различных форм эпюр сжимающих напряжений в бетоне показало, что применение треугольной эпюры напряжений приводит к завышенным значениям нормальных напряжений, часто превышающим R_b , применение прямоугольной эпюры напряжений наоборот – к заниженным значениям напряжений.
- 3) В стадии развития критической наклонной трещины, когда она достигает сечения под грузом, распределение касательных напряжений по высоте сечения над нормальной трещиной принимается по квадратной параболе с максимумом в вершине критической наклонной трещины (рис. 2).
- 4) В изгибаемых железобетонных элементах при определении высоты сжатой зоны бетона над наклонной трещиной и длины горизонтальной проекции наклонной трещины в стадии разрушения по наклонному сечению производится плавный переход от криволинейной эпюры нормальных напряжений в бетоне сжатой зоны к трапециoidalной с напряжениями в прямоугольной её части, расположенной над вершиной кри-

тической наклонной трещины в балках с большими пролетами среза, равными $\sigma_b = \sigma_x^{\text{лр}} = R_b$.

- 5) Напряжения в поперечной арматуре в стадии разрушения по наклонным сечениям в изгибаемых железобетонных элементах без предварительного напряжения продольной арматуры принимается равными предельным значениям R_{sw} , в предварительно напряженных элементах $0,75 R_{sw}$.
- 6) Растягивающие напряжения в бетоне над нормальной трещиной в расчёте не учитываются.

Напряжения в продольной напрягаемой арматуре по сечению с трещиной

При разработке методики расчёта предварительно напряжённых изгибаемых железобетонных элементов в стадии развития наклонных трещин и по прочности наклонных сечений, с определением напряжений в напрягаемой продольной арматуре с трещиной в нормальном сечении через вершину наклонной трещины, возникли некоторые сложности.

В некоторых работах, в том числе [12, 13], при составлении методики расчёта прочности изгибаемых железобетонных элементов по наклонным сечениям, расположенным на опирных участках балок, с целью определения напряжений в растянутой арматуре по сечению с трещиной, а также определения высоты сжатой зоны бетона над трещиной, *используется гипотеза плоских сечений*, что не соответствует результатам реальных физико-механических явлений, происходящих в процессе их испытаний.

Опыты показали, что по высоте сечения деформации при изгибе в стадии II изменяются нелинейно, так как вследствие нарушения равновесия внутренних сил в момент разрыва бетона растянутой зоны появляются силы сдвига, искривляющие сечение. После образования трещин по длине элемента деформации сжатой и растянутой зон сечения, а также высота сжатой зоны переменны, а нейтральная ось волнообразна (над трещинами она подымается, между трещинами опускается). Для средних значений высоты сжатой зоны бетона, расположенных на участке между трещинами и испытывающих симметричное воздействие слева и справа, может быть использована гипотеза плоских сечений, *что в нормативных документах применяется в расчётах прогибов*

изгибаемых железобетонных элементов (расчёты по стадии II). Однако расчёты прочности (расчёты по стадии III) выполняются по наиболее опасным сечениям, т.е. по сечениям с трещиной, где из-за сильного искривления сечения метод, согласно гипотезе плоских сечений, дает существенные погрешности **и не может быть использован в указанных расчётах прочности.**

Решение данного вопроса было осуществлено с помощью диаграммы зависимости между напряжениями в продольной арматуре σ_s и величиной изгибающего момента M , воспринимаемого продольной арматурой в нормальном сечении. Эта диаграмма, разработанная автором статьи, принимается в виде двух отрезков прямых с переломом в точке, отвечающей образованию трещин M_{cr} (рис. 6).

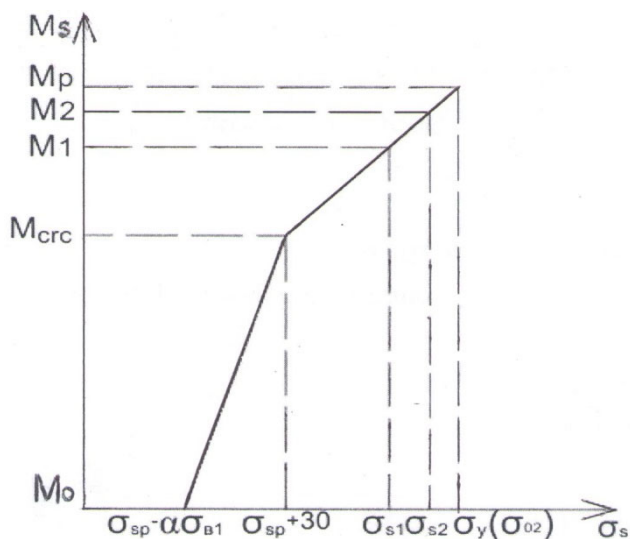


Рис. 6. Диаграмма зависимости напряжений в продольной σ_s (МПа) от величины изгибающего момента M (кНм) в нормальном сечении: M_{cr} – момент в стадии образования нормальных к продольной оси балки трещин; M_1 – момент в стадии развития критической наклонной трещины; M_2 – момент в стадии разрушения элемента по наклонному сечению; M_p – момент в стадии разрушения элемента по нормальному сечению

На приведенной диаграмме по оси ординат приведены характерные расчётные изгибающие моменты, а по оси абсцисс – соответствующие им напряжения в продольной предварительно напряженной арматуре,

где

$\sigma_{sp} - \alpha\sigma_{bl}$ – напряжение в продольной арматуре изгибаемых железобетонных предварительно напряженных элементов, до приложения внешней нагрузки, с учетом полных потерь предварительного напряжения в арматуре, включая и потери от обжатия бетона напрягаемой арматурой $\alpha\sigma_{bl}$, т.е. $(\sigma_{нк} - \sigma_{n1} - \alpha\sigma_{bl} - \sigma_{n2})$;

$\sigma_{sp} + 30$ – напряжение в арматуре после приложения внешней нагрузки и ее увеличения к моменту перед образованием трещин в растянутой зоне бетона, т.е. $(\sigma_{нк} - \sigma_{n1} - \alpha\sigma_{bl} - \sigma_{n2} + \alpha\sigma_{bl}) + 30 \text{ МПа} = \sigma_{sp} + 30 \text{ МПа}$,

где

σ_{sp} (ранее в учебной литературе и нормативных документах обозначалось σ_0) – напряжение в нижней продольной напрягаемой арматуре в состоянии, когда напряжение в бетоне на уровне ее центра тяжести, равно нулю;

30 МПа – повышение напряжений в арматуре с момента увеличения напряжений в бетоне растянутой зоны от нуля до R_{bt} , которое составляет $\sigma_s = \epsilon_s E_s = \epsilon_u, bt \cdot E_s = 1,5 \cdot 10^{-4} \times 2 \cdot 10^5 = 30 \text{ МПа}$.

Значение $\sigma_y(\sigma_{02})$ – это предельное напряжение в продольной растянутой арматуре по сечению с трещиной в момент разрушения элементов по нормальным сечениям.

После построения диаграммы (рис. 6) значения σ_{s1} и σ_{s2} определяем расчётом, приведенном ниже.

В балках без предварительного напряжения продольной арматуры, на графике (рис. 6) вместо $\sigma_y(\sigma_{02})$ принимается значение R_s , а напряжение в арматуре изгибаемых элементов к моменту приложения внешней нагрузки принимается равным нулю, т.е. построение аналогичного графика (рис. 6) начинается с нуля (с точки пересечения осей графика $\sigma_s - M_s$).

В стадии развития критической наклонной трещины, в соответствии с принятой диаграммой, напряжение в продольной арматуре в нормальном сечении σ_{s1} определяется из соотношения:

$$\frac{\sigma_{0,2}-\sigma_{s1}}{\sigma_{0,2}-(\sigma_{sp}+30)} = \frac{M_{\rho}-M_1}{M_{\rho}-M_{crc}}, \quad (1)$$

где

σ_{sp} – предварительное напряжение в арматуре с учётом потерь;

M_{ρ} – изгибающий момент в стадии разрушения балки по нормальному сечению;

M_{crc} – момент в стадии образования трещин в нормальном сечении;

$M_1 = Q \cdot c$ – изгибающий момент от груза $P = Q$, при развитии критической наклонной трещины;

c – расстояние от опоры до линии действия нагрузки в проекции на ось элемента.

Напряжение в продольной арматуре σ_{s1} в нормальном сечении в стадии развития критической наклонной трещины (**рис. 2**) найдём, заменяя в (1) условный предел текучести $\sigma_{0,2}$ соответствующим расчётным сопротивлением R_s , разрушающий момент M_{ρ} – расчётным моментом M .

Тогда:

$$\sigma_{s1} = R_s \cdot \left[1 - \frac{R_s - (\sigma_{sp} + 30)}{R_s} \cdot \frac{M - Q \cdot c}{M - M_{crc}} \right]. \quad (2)$$

Поперечная сила при развитии критической наклонной трещины Q определяется из эпюры касательных напряжений τ_{xy} в бетоне над нормальной трещиной, принимаемой в виде квадратной параболы (**рис. 2**). Согласно критерию прочности бетона, при плоском напряжённом состоянии (**рис 1 б**) в вершине наклонной трещины в зависимости от нормальных напряжений σ_x предельные касательные напряжения $\tau_{xy} = kR_{bt}$.

Тогда:

$$Q = \int_0^{x_0} \tau_{xy} b dx = \frac{2}{3} \tau_{xy} b x_0 = \frac{2}{3} k R_{bt} b \xi_0 h_0, \quad (3)$$

где

x_0 – высота сжатой зоны бетона в нормальном сечении, проходящем через вершину наклонной трещины.

Относительная высота сжатой зоны бетона $\xi_0 = \frac{x_0}{h_0}$. Подставляя полученное значение Q в выражение (2) и обозначая $\alpha = \frac{2}{3} R_{bt} b h_0 c$; $\beta = 1 - \frac{\sigma_{sp} + 30}{R_s}$; $\delta = M - M_{crc}$, получим:

$$\sigma_{s1} = R_s \cdot \left(1 - \beta \frac{M - \alpha k \xi_0}{\delta} \right). \quad (4)$$

Напряжение в продольной арматуре в этом же нормальном сечении в предельном состоянии по прочности наклонного сечения также получим из диаграммы $\sigma_s - M$:

$$\sigma_{s2} = R_s \cdot \left(1 - \beta \frac{M - M_2}{\delta} \right), \quad (5)$$

где

$M_2 = Q \cdot c$ – изгибающий момент в нормальном сечении в предельном состоянии по прочности наклонного сечения.

В балках с малой величиной пролёта среза, а также с высокой степенью предварительного напряжения продольной арматуры момент в стадии развития наклонных трещин M_I может оказаться меньше момента в стадии образования нормальных трещин M_{crc} . В таком случае напряжение в арматуре в нормальном сечении под грузом также можно определить с помощью диаграммы зависимости $\sigma_s - M$ из соотношения:

$$\frac{M_{crc}}{M_1} = \frac{(\sigma_{sp} + 30) - (\sigma_{sp} - \alpha \sigma_{b1})}{\sigma_s - (\sigma_0 - \alpha \sigma_{b1})}; \quad (6)$$

откуда

$$\sigma_s = \frac{M_1}{M_{crc}} (30 + \alpha \sigma_{b1}) + \sigma_{sp} - \alpha \sigma_{b1}, \quad (7)$$

где

σ_{b1} – напряжение в бетоне на уровне центра тяжести нижней напрягаемой арматуры от его предварительного обжатия, по истечении времени к моменту перед загрузением элемента внешней нагрузкой (т.е. с учетом потерь предварительного напряжения в продольной арматуре).

Расчёт изгибаемых железобетонных элементов прямоугольного профиля в стадии развития наклонных трещин

В стадии развития критической наклонной трещины необходимо определить высоту сжатой зоны бетона над нормальной трещиной $x_0 = \xi_0 h_0$ (в сечении под грузом), напряжение в арматуре σ_{s1} и бетоне σ_b в нормальном сечении, а также величину поперечной силы Q . Указанные величины получим из совместного решения четырех уравнений: (3), (4), а также уравнений равновесия изгибающих моментов и продольных сил в нормальном сечении:

$$\sum M = 0 ; Q \cdot c = \omega \sigma_b b x_0 \cdot (h_0 - \gamma x_0) \pm \sigma'_{s1} \cdot A'_{sp} \cdot (h_0 - a') ; \quad (8)$$

$$\sum N = 0 ; \omega \sigma_b b x_0 \pm \sigma'_{s1} \cdot A'_{sp} = \sigma_{s1} \cdot A_{sp} , \quad (9)$$

где

ω и γ – коэффициент полноты и коэффициент, определяющий положение центра тяжести эпюры сжатой зоны бетона над нормальной трещиной, расположенной под вершиной критической наклонной трещины (по линии действия нагрузки или вблизи нее) (рис. 2 и рис. 5).

Из совместного решения уравнений (8), (9) и уравнения (4) после преобразований получаем квадратное уравнение:

$$\xi_0^2 + q_1 \xi_0 + P_1 = 0 , \quad (10)$$

из которого:

$$\xi_0 = -\frac{q_1}{2} + \sqrt{\left(\frac{q_1}{2}\right)^2 - P_1} ; \quad (11)$$

Здесь
$$q_1 = \frac{1}{\gamma} \cdot \left(\frac{\delta}{\beta R_s A_{sp} h_0} - 1 \right) + \frac{1}{\gamma K} \left[\frac{\delta}{\beta} \cdot (1 \mp \xi) - M \right] ; \quad (12)$$

$$P_1 = \frac{M \beta - \delta \pm \frac{\xi a' \delta}{h_0}}{\gamma K ; \beta} ; \quad (13)$$

$$\xi = \frac{\sigma'_{s1} \cdot A'_{sp}}{R_s \cdot A_{sp}} , \quad (14)$$

где

в формулах (8), (9), (12) и (13), а также (16) верхние знаки принимаются, когда верхняя продольная арматура площадью A'_{sp} в стадии развития критической наклонной трещины окажется сжатой, нижние знаки – когда она окажется растянутой. Как отмечено выше, коэффициентом γ определяется расстояние от центра тяжести площади эпюры напряжений сжатия над нормальной трещиной до верхней грани сжатой зоны бетона (рис. 2).

Напряжение в продольной напрягаемой арматуре, расположенной в сжатой зоне, принимается в зависимости от предельной сжимаемости бетона ε_{ub} и величины предварительного напряжения в ней.

$$\sigma'_{s1} = k_1 \cdot \varepsilon_{ub} \cdot E'_s - \sigma'_{sp} . \quad (15)$$

Из анализа опытных данных можно принять $k_1=0,6$ при относительных расстояниях от опоры до груза $\frac{c}{h_0} \leq 1,5$ и $k_1=1$ при $\frac{c}{h_0} \geq 3,5$. В промежуточных значениях $\frac{c}{h_0}$ значения k_1 определяются по интерполяции. Напряжение в сжатом бетоне из уравнения (4.16) [16] составит:

$$\sigma_b = \frac{\sigma_{s1} \cdot A_{sp} + \sigma'_{s1} \cdot A'_{sp}}{\omega b x_0} . \quad (16)$$

Если расчётная относительная высота сжатой зоны бетона в нормальном сечении в стадии развития критической наклонной трещины ξ_0 окажется меньше относительной высоты сжатой зоны бетона в предельном состоянии по прочности нормальных сечений ξ , а также если напряжение в продольной арматуре в нормальном сечении в стадии развития критической наклонной трещины окажется больше предельных значений R_s , прочность элемента по наклонным сечениям обеспечена. При этом расчёт ограничивается определением несущей способности по нормальным сечениям.

Расчёт прочности наклонных сечений по двухблочной расчётной схеме

При расчёте прочности наклонных сечений, как отмечено выше, принята двухблочная расчётная схема. В расчётной схеме (рис. 3 и 4) действуют следующие усилия: в бетоне верхнего блока (над вершиной

критической наклонной трещины) – продольное N_{b1} , поперечное Q_{b1} ; в продольной арматуре в месте пересечения её наклонным сечением – осевое N_s , поперечное Q_s [3 и 16]; в поперечной арматуре – осевое Q_{sw} ; продольная и поперечная составляющие сил зацепления, действующих в наклонном сечении N_z и Q_z [3 и 16]; в бетоне нижнего блока (под вершиной критической наклонной трещины) – продольное N_{b2} , поперечное Q_{b2} ; в поперечной арматуре $Q_{sw} - ?$; в продольной арматуре в нормальном сечении растянутой зоны $N_{s2} - ?$; продольная и поперечная составляющие сил зацепления, действующих в наклонном сечении N_z и Q_z . При этом в расчётной схеме верхнего и нижнего блоков принято совместное действие усилий $N_{s3} = N_s - N_z$ и $Q_{s3} = Q_s + Q_z$, приложенных в месте пересечения продольной растянутой арматуры наклонной трещиной.

Отличительной особенностью расчётной схемы наклонного сечения предварительно напряжённого изгибаемого элемента при действии нагрузки, с учётом исследований, изложенных в [3, 16], заключается в следующем: 1) вершина наклонного сечения на конечном этапе стадии развития критической наклонной трещины располагается на нормальном сечении, проходящем под грузом, поскольку эксперименты показали, что с дальнейшим увеличением нагрузки критическая наклонная трещина развивается в зоне чистого изгиба почти горизонтально (параллельно верхней грани балки) (рис. 5); 2) высота сжатой зоны бетона в нормальном сечении принимается такой же, как и в стадии развития критической наклонной трещины, что также установлено экспериментами; 3) эпюра напряжений в бетоне сжатой зоны в нормальном сечении под грузом принимается в виде трапеции.

В стадии разрушения по наклонным сечениям необходимо определить высоту сжатой зоны бетона над наклонной трещиной x (в сечении под грузом), длину горизонтальной проекции наклонной трещины c_0 и величину разрушающей поперечной силы Q_p . При этом x_0 берется из стадии развития наклонных трещин, что подтверждено экспериментально. Значения x и c_0 определяем из совместного решения уравнений равновесия изгибающих моментов двух блоков: верхнего, относительно центра тяжести нижней продольной арматуры в точке пересечения ее наклонной трещиной, и нижнего, относительно центра тяжести продольной арматуры в нормальном сечении под грузом (относительно точки O).

Тогда для верхнего блока из уравнения $\Sigma M = 0$ получим:

$$Q_{\delta 1} c + Q_{s3} (c - c_0) + Q_{sw} (c - 0,5c_0) = N_{\delta 1} z_{\delta 1} \pm N'_{s1} (h_0 - a'); \quad (17)$$

для нижнего блока из уравнения $\Sigma M_o = 0$ получим:

$$Q_{s3} c_0 + Q_{sw} \cdot 0,5 c_0 = N_{\delta_2} z_{\delta_2} . \quad (18)$$

В балках без хомутов величина нагельной силы в продольной арматуре определяется из уравнения равновесия поперечных сил в нижнем блоке:

$$Q_{s3} = Q_{\delta_2} = \frac{2}{3} k R_{bt} b (x_0 - x) - 1,5 R_{bt} b (x_0 - x) . \quad (19)$$

Для сохранения единой методики расчёта в балках с поперечной арматурой величину нагельного эффекта принимаем такой же, как и в балках без поперечной арматуры, т.е. $Q_{s3} = Q_{\delta_2}$.

Подставляя значения $\sigma_{ux} = R_b$ и $\tau_{xy} = 2,2 R_{bt}$ в формулу (17), получим уравнение равновесия изгибающих моментов для верхнего блока, которое после преобразований имеет вид:

$$0,5 \cdot R_b \cdot b \cdot x^2 - \left[R_b \cdot h_0 + 1,5 \cdot R_{bt} \cdot \left(\frac{c}{2} - c_0 \right) \right] \cdot b \cdot x + (q_{sw} \cdot c - 1,5 \cdot R_{bt} \cdot b \cdot x_0) \cdot c_0 - 0,5 \cdot q_{sw} \cdot c_0^2 + 1,5 \cdot R_{bt} \cdot b \cdot c \cdot x_0 \mp \sigma'_{s1} \cdot A'_{sp} \cdot (h_0 - \alpha') = 0 . \quad (20)$$

Уравнение равновесия изгибающих моментов для нижнего блока относительно точки O после преобразований имеет вид:

$$\frac{1}{3} \cdot R_b \cdot x^2 - \left[0,5 \cdot R_b \cdot \left(h_0 + \frac{1}{3} \cdot x_0 \right) - 1,5 \cdot R_{bt} \cdot c_0 \right] \cdot x + 0,5 \cdot R_{bt} \cdot x_0 \cdot \left(h_0 - \frac{1}{3} x_0 \right) - \frac{q_{sw} \cdot c_0^2}{2 \cdot b} - 1,5 \cdot R_{bt} \cdot x_0 \cdot c_0 = 0 . \quad (21)$$

Для определения значений x и c_0 необходимо выполнить совместное решение уравнения (19) и (20).

Для предварительно-напряжённых изгибаемых элементов без хомутов $q_{sw} = 0$ и из совместного решения уравнений (19) и (20) получим квадратное уравнение для определения высоты сжатой зоны бетона над наклонной трещиной, из которого:

$$x = \frac{q_4}{2} - \sqrt{\frac{q_4^2}{4} - P_4} , \quad (22)$$

где

$$q_4 = 3 \cdot h_0 - x_0 + 4,5 \cdot \frac{R_{bt}}{R_b} \cdot c ; \quad (23)$$

$$P_4 = \left(9 \cdot \frac{R_{bt}}{R_b} \cdot c - 3 \cdot h_0 + x_0 \right) \cdot x_0 \mp \frac{6 \cdot \sigma'_{s1} \cdot A'_{sp} \cdot (h_0 - a')}{R_b \cdot b} . \quad (24)$$

Длина горизонтальной проекции наклонной трещины c_0 определяется из уравнения равновесия изгибающих моментов в нижнем блоке:

$$c_0 = \frac{R_b \cdot \left(h_0 - \frac{1}{3} x_0 - \frac{2}{3} x \right)}{3 \cdot R_{bt}} . \quad (25)$$

Поперечная сила в стадии разрушения по наклонному сечению определяется из уравнения равновесия моментов внешних и внутренних сил относительно центра тяжести продольной арматуры в нормальном сечении под грузом:

$$Q_p = \frac{R_b b x (h_0 - 0,5x) + 0,5 R_b b (x_0 - x) \left(h_0 - \frac{1}{3} x_0 - \frac{2}{3} x \right) \pm \sigma'_{c1} F'_H (h_0 - a')}{c} . \quad (26)$$

Напрягаемая арматура в сжатой зоне в стадии разрушения элемента по наклонному сечению вводится в уравнения (13), (16) с напряжением, равным:

$$\sigma'_{c1} = \varepsilon_{ub} E_s - \sigma_0 . \quad (27)$$

Результаты и обсуждения

Результаты опытных и теоретических исследований прочности и трещиностойкости по наклонным сечениям приводятся на примере расчёта предварительно напряженной изгибаемой железобетонной балки, испытанной Е.М. Звойером (США) [6] по разработанному автором статьи методу.

Опытная балка прямоугольного профиля марки S-5 без поперечной арматуры, испытанная Е.М. Звойером (США). Сечение балки $15,2 \times 30,4$ см, $h_0 = 21$ см. Характеристики прочности бетона $R_b = 43,8$ МПа; $R_{bt} = 3,00$ МПа. Начальный модуль упругости бетона $E_b = 4 \times 10^4$ МПа. Напрягаемая арматура $A_{sp} = 2,84$ см² (15 \varnothing 4,9); характеристики прочности арматуры: $\sigma_{0,2} = 1462,2$ МПа; $\sigma_{sp} = 726,9$ МПа; $E_s = 2,109 \times 10^5$ МПа. Расстояние от оси опоры до оси приложенного груза $C = 92$ см. Опытная разрушающая поперечная сила $Q_p^{on} = 70,2$ кН.

Решение

Расчёт прочности изгибаемых железобетонных элементов по наклонным сечениям, разработанный автором статьи, выполняется в комплексе со следующими расчётами, приведёнными в действующих нормативных документах:

а) Расчёт прочности изгибаемой железобетонной балки по нормальным сечениям.

Высота сжатой зоны бетона в нормальном сечении для определения M_p равна:

$$x = \frac{R_s \cdot A_{sp}}{R_b \cdot b} = \frac{1462,2 \cdot 2,84}{33,8 \cdot 15,2} = 6,24 \text{ см.}$$

Относительная высота сжатой зоны бетона:

$$\xi = \frac{x}{h_0} = \frac{6,24}{21} = 0,297.$$

Относительная граничная высота сжатой зоны бетона ξ_R определяется по формуле (п. 8.1.6)³:

$$\xi_R = \frac{0,8}{1 + \frac{\varepsilon_{s,el}}{\varepsilon_{b2}}} = \frac{0,8}{1 + \frac{0,0054}{0,0035}} = \frac{0,8}{2,543} = 0,31;$$

где

$\varepsilon_{s,el}$ – относительная деформация в арматуре растянутой зоны, вызванная внешней нагрузкой, при достижении в этой арматуре напряжения, равного расчётному сопротивлению.

– для арматуры с условным пределом текучести:

$$\varepsilon_{s,el} = \frac{R_s + 400 - \sigma_{sp}}{E_s} = \frac{1462,2 + 400 - 726,9}{2,109 \cdot 10^5} = 0,0054;$$

³ Свод правил СП 63.13330.2012. Бетонные и железобетонные конструкции. Актуализированная ред. СНиП 52 – 01 – 2003 / ОАО «НИЦ «Строительство». – М.: 2013. [Электронный ресурс] // Nostroy.ru. – Режим доступа: <http://nostroy.ru> (дата обращения: 05.03.2021).

где

ε_{b2} – предельная относительная деформация сжатого бетона, принимаемая равной 0,0035.

Если соблюдается условие $\xi = 0,297 < \xi_R = 0,31$, расчётное сопротивление напрягаемой арматуры R_s допускается умножать на коэффициент условия работы γ_{s3} , определяемый по формуле:

$$\gamma_{s3} = 1,25 - 0,25 \frac{\xi}{\xi_R} = 1,25 - 0,25 \frac{0,297}{0,31} = 1,01 \leq 1,1.$$

Следовательно, высота сжатой зоны бетона в предельном состоянии по нормальному сечению с учетом коэффициента γ_{s3} равна:

$$x = \frac{\gamma_{s3} \cdot R_s \cdot A_{sp}}{R_b \cdot b} = \frac{1,01 \cdot 1462,2 \cdot 2,84}{33,8 \cdot 15,2} = 6,3 \text{ см};$$
$$M_p = R_b b x (h_0 - 0,5x) = 43,8 \cdot 15,2 \cdot 6,3 (21 - 0,5 \cdot 6,3) =$$
$$74868 \text{ МПа} \cdot \text{см}^3 (\text{Н} \cdot \text{м}) = 74,868 \text{ кНм}.$$

Поперечная сила в предельном состоянии по нормальным сечениям равна:

$$Q_p = \frac{M_p}{c} = \frac{74,868}{0,92} = 81,378 \text{ кН}.$$

б) Расчёт по образованию нормальных к продольной оси балки трещин.

Характеристика приведенного сечения:

$$A_{red} = b \cdot h + \alpha \cdot A_{sp} = 15,2 \cdot 30,4 + 5,27 \cdot 2,84 = 477 \text{ см}^2,$$

где

$$\alpha = \frac{E_s}{E_b} = \frac{2,109 \cdot 10^5}{4 \cdot 10^4} = 5,27 \quad S_{red} = \frac{bh^2}{2} + \alpha A_{sp} a = \frac{15,2 \cdot 30,4^2}{2} + 5,27 \cdot 2,84 \cdot 9,4 = 7164 \text{ см}^3;$$

$$y_0 = \frac{S_{red}}{A_{red}} = \frac{7164}{477} = 15,02 \text{ см}; \quad I_{red} = \frac{bh^3}{12} + bh \left(\frac{h}{2} - y_0 \right)^2 + \alpha A_{sp} (y_0 - a)^2 =$$
$$= \frac{15,2 \cdot 30,4^3}{12} + 15,2 \cdot 30,4 \left(\frac{30,4}{2} - 15,02 \right)^2 + 5,27 \cdot 2,84 (15,02 - 9,4)^2 = 36074 \text{ см}^4;$$

$$W_{red} = \frac{I_{red}}{y_0} = \frac{36074}{15,02} = 2402 \text{ см}^3; \quad W_{pl} = \gamma \cdot W_{red} = 1,75 \cdot 2402 = 4203,5 \text{ см}^3;$$

$$N_{SP} = \sigma_{SP} A_{SP} = 726,9 \cdot 2,84 = 2064 \text{ МПа} \cdot \text{см}^2; e_{op} = y_0 - a = 15,02 - 9,4 = 5,62 \text{ см};$$

$$r = \phi \frac{W_{red}}{A_{red}} = 0,8 \frac{2402}{477} = 4,03 \text{ см}.$$

Момент образования трещин нормальных к продольной оси балки:

$$M_{crc} = R_{bt} W_{pl} + N_{sp}(e_{op} + r) = 3,0 \cdot 4203,5 + 2064(5,62 + 4,03) \\ = 32528 \text{ МПа} \cdot \text{см}^3 (\text{Н} \cdot \text{м}) = 32,528 \text{ кНм}$$

Поперечная сила при образовании нормальных к оси балки трещин:

$$Q_{скс} = \frac{M_{скс}}{c} = \frac{32,528}{0,92} = 35,356 \text{ кН}.$$

в) Расчёт стадии развития критической наклонной трещины.

В стадии развития критической наклонной трещины (когда она достигает сечения под грузом) необходимо определить: напряжение в арматуре в сечении с нормальной трещиной σ_{s1} , высоту сжатой зоны бетона над нормальной трещиной $x_0 = \phi_0 h_0$, напряжение в бетоне σ_b в нормальном сечении с трещиной и величину поперечной силы Q . Указанные неизвестные необходимо определить из решения уравнений (3), (4), (11) и (16).

При этом принимается значение $\gamma = 0,4$; $K = 2,2$; $\sigma'_{sp} = 0$, так как в данном примере верхняя арматура отсутствует).

Определяем напряжение в арматуре σ_{s1} по формуле (4):

$$\sigma_{s1} = R_s \left(1 - \beta \frac{M - \alpha k \xi_0}{\delta} \right) = 1462,2 \left(1 - 0,482 \frac{74868 - 58783 \cdot 2,2 \cdot 0,48}{42340} \right) \\ = 1248,37 \text{ МПа},$$

то есть

$$\sigma_{s1} \hat{R}_s = 1462,2 \text{ МПа},$$

где

$$\alpha = \frac{2}{3} R_{bt} b h_0 c = \frac{2}{3} \cdot 3,0 \cdot 15,2 \cdot 21 \cdot 92 = 58733 \text{ МПа} \cdot \text{см}^3 (\text{Н} \cdot \text{м});$$

$$\beta = 1 - \frac{\sigma_{sp} + 30}{\sigma_{0,2}} = 1 - \frac{726,9 + 30}{1462,2} = 0,482;$$

$$\delta = M_p - M_{crc} = 74868 - 32528 = 42340 \text{ Па} \cdot \text{см}^3.$$

Определяем относительную высоту сжатой зоны бетона φ по формуле (11):

$$\xi_0 = -\frac{q_1}{2} + \sqrt{\frac{q_1^2}{4} - P_1} = \frac{-0,12}{2} + \sqrt{\frac{0,12^2}{4} + 0,28} = 0,48;$$

где

$$q_1 = \frac{1}{\gamma} \left(\frac{\delta}{\beta \cdot R_{sp} \cdot A_{sp} \cdot h_0} - 1 \right) + \frac{1}{\alpha \cdot k} \left[\frac{\delta}{\beta} (1 + \chi) - M_p \right]$$

$$= \frac{1}{0,4} \left(\frac{42340}{0,482 \cdot 1462,2 \cdot 2,84 \cdot 21} - 1 \right)$$

$$+ \frac{1}{58733 \cdot 2,2} \left[\frac{42340}{0,482} \cdot (1 + 0) - 74868 \right] = 0,018 + 0,1 = 0,12$$

$$P_1 = \frac{M_p \cdot \beta - \delta + \frac{\chi a' \delta}{h_0}}{\gamma \cdot k \cdot \alpha \cdot \beta} = \frac{74868 \cdot 0,482 - 42340 + 0}{0,4 \cdot 2,2 \cdot 58733 \cdot 0,482} = -0,28,$$

где

$$\frac{\chi a' \delta}{h_0} = 0, \text{ так как верхняя арматура отсутствует.}$$

Высота сжатой зоны бетона в стадии развития наклонной трещины равна:

$$x_0 = \xi_0 h_0 = 0,48 \cdot 21 = 10,08 \text{ см.}$$

По формуле (16) определяем значение σ_b :

$$\sigma_b = \frac{\sigma_{s1} \cdot A_{sp}}{\omega b x_0} = \frac{1248,36 \cdot 2,84}{\frac{2}{3} \cdot 15,2 \cdot 10,08} = 34,71 R_b = 43,8 \text{ МПа}.$$

Поперечная сила в стадии развития критической наклонной трещины из формулы (3) равна:

$$Q = \frac{2}{3} k R_{bt} b \xi_0 h_0 = \frac{2}{3} \cdot 2,2 \cdot 3 \text{ МПа} \cdot \frac{(100)H}{\text{см}^2} \cdot 15,2 \text{ см} \cdot 0,48 \cdot 21 \text{ см} = 67,415 \text{ кН.}$$

з) *Расчёт исследуемой балки без хомутов в стадии разрушения по наклонным сечениям.*

Длина горизонтальной проекции наклонной трещины в стадии разрушения по формуле (25) равна:

$$\begin{aligned} c_0 &= \frac{R_b(h_0 - \frac{1}{3}x_0 - \frac{2}{3}x)}{3R_{bt}} = \frac{43,8(21 - \frac{1}{3} \cdot 10,08 - \frac{2}{3} \cdot 0,48)}{3 \cdot 3,0} = 84,29 \text{ см} \approx c - \frac{1}{3}h_0 \\ &= 92 - \frac{1}{3} \cdot 21 = 85 \text{ см} \end{aligned}$$

Следовательно, исследуемая балка в зоне действия поперечных сил в стадии развития наклонных трещин находится на границе между расчётными случаями для малых и больших пролетов среза, и ее несущую способность по наклонным сечениям можно определять по любому из указанных случаев.

Так как в стадии развития наклонной трещины оказалось (принято), что балка относится к большим пролетам среза, то при достижении наклонной трещиной сечения под грузом напряжение в бетоне сжатой зоны над ней достигает предельных значений R_b .

Определяем высоту сжатой зоны бетона x над наклонной трещиной:

$$x = \frac{q_4}{2} - \sqrt{\frac{q_4^2}{4} - P_4} = \frac{81,3}{2} - \sqrt{\frac{81,3^2}{4} - 38,23} = 40,65 - \sqrt{1652,42 - 38,23} = 0,48 \text{ см}$$

где

$$q_4 = 4,5 \frac{R_{bt}}{R_b} c + 3h_0 - x_0 = 4,5 \cdot \frac{3}{43,8} \cdot 92 + 3 \cdot 21 - 10,08 = 81,3 \text{ см};$$

$$\begin{aligned} P_4 &= \left(9 \frac{R_{bt}}{R_b} c - 3h_0 + x_0\right) x_0 - \frac{6\sigma_{p1} \cdot A'_{sp}(h_0 - a')}{R_b \cdot b} = \left(9 \frac{3}{43,3} \cdot 92 - 3 \cdot 21 + 10,08\right) 10,08 - 0 \\ &= (56,712 - 63 + 10,08) 10,08 = 38,23 \text{ см}^2. \end{aligned}$$

Разрушающую поперечную силу по наклонному сечению определяем по формуле (32) как для больших пролетов среза:

$$Q_P^T = \frac{R_b b x (h_0 - 0,5x) + 0,5 R_b b (x_0 - x) \left(h_0 - \frac{1}{3} x_0 - \frac{2}{3} x \right) - \sigma'_{P_1} A'_{SP} (h_0 - a')}{c}$$

$$= \frac{43,8 \cdot 15,2 \cdot 0,48 (21 - 0,5 \cdot 0,48) + 0,5 \cdot 43,8 \cdot 15,2 (10,08 - 0,48) \left(21 - \frac{1}{3} \cdot 10 - \frac{2}{3} \cdot 0,48 \right) + 0}{92}$$

$$= \frac{6634,165 + 55434,9}{92} = 675 \text{ МПа} \cdot \text{см}^2 = 67,5 \text{ кН}$$

$$\frac{Q_P^{оп}}{Q_P^T} = \frac{70,2}{67,5} = 1,04.$$

Заключение по примеру расчёта

В источнике [16] списка литературы, приведенного в статье, имеются таблицы, в которых приводятся результаты расчётов прочности по наклонным сечениям по изложенной в статье методике 157-ми изгибаемых железобетонных элементов, испытанных как в России, так и за рубежом. При этом по 5-ти балкам с различными геометрическими и физико-механическими характеристиками автором данной статьи выполнен подробный расчёт аналогично, как и в приведенном выше примере расчёта балки S-5, испытанной Е.М. Звойером (США), где в среднем сходимость опытных и теоретических результатов составляет 1,03, т.е. примерно такая же, как и в указанном выше примере.

Краткие данные по испытанию балок таврового профиля

Автором статьи, начиная с 1973 г. и по настоящее время, как отмечено выше, испытано более 500 изгибаемых и внецентренно-сжатых железобетонных элементов. Из них 48 балок таврового профиля (модели мостовых сооружений весом 300-500 кг). Одной из причин испытания балок таврового профиля явилось то, что на многих международных конференциях и в научных публикациях как в России, так и за рубежом, обсуждались проблемы по устранению хрупкого (опасного) разрушения изгибаемых железобетонных балок (особенно в мостостроении) с применением высокопрочных бетонов. Наряду с этим при повышении несущей способности балок за счет увеличения прочности бетонов хрупкость внезапного разрушения возрастает (**рис. 7**).

Автором статьи впервые как в России, так и за рубежом в ходе экспериментальных исследований проведено испытание изгибаемых железобетонных балок таврового профиля при одно-, двух - и трехосном предварительном напряжении арматуры (продольная арматура, поперечная арматура в ребре балок и поперечная арматура в сжатых полках) (**рис. 8**).

Удалось установить, что важным и необходимым при проектировании, строительстве и эксплуатации балок пролетных строений мостовых сооружений является применение балок с трехосным предварительным напряжением арматуры. Трещиностойкость и несущая способность по наклонным сечениям таких балок значительно выше по сравнению с аналогичными балками при одноосном предварительном напряжении и тем более по сравнению с балками без предварительного напряжения арматуры. Трещины в таких балках образуются при значительных нагрузках, а после снятия нагрузки плотно закрываются, разрушение происходит плавно при наличии больших прогибов. Такой пружинистый характер работы балок при отсутствии хрупкого разрушения (когда количество поперечной напрягаемой арматуры в ребре балки $\mu_{sw} \geq 0,9\%$) обеспечивает их безопасность, надежность и долговечность в эксплуатации.

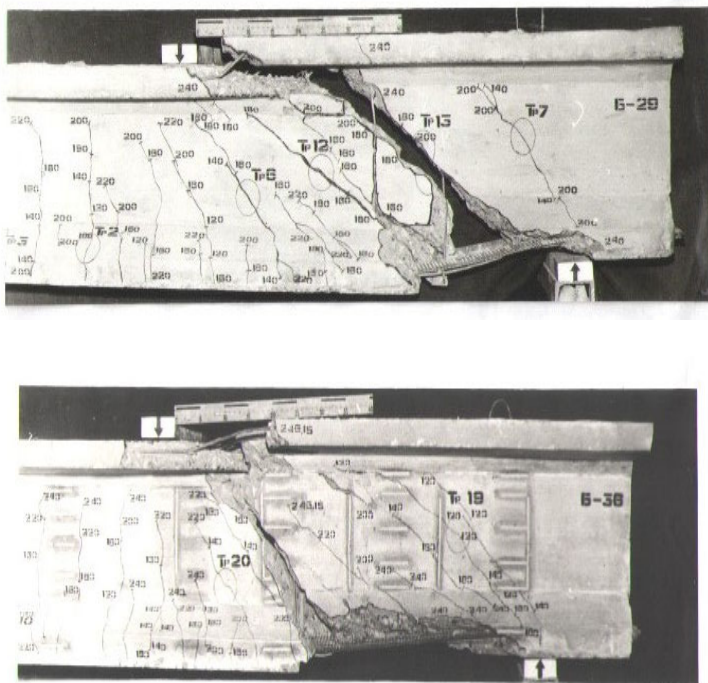


Рис. 7. Вид хрупкого разрушения балок мостовых сооружений таврового профиля с разрывом поперечной арматуры Б-29 (со средней шириной полки, расположенной в сжатой зоне бетона) и Б-36 (с широкой полкой) в опытах автора статьи

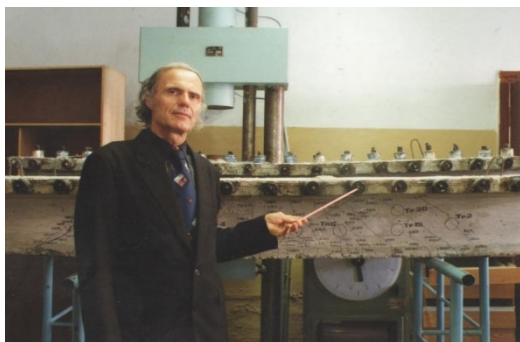


Рис. 8. Анкеровка напрягаемой арматуры в балках мостовых сооружений при двухосном ее предварительном напряжении (ближняя балка) и трехосном предварительном напряжении (дальняя балка)⁵.

ВЫВОДЫ

1. Принятая автором статьи методика расчёта балок при больших и малых пролетах среза обоснована результатами многочисленных экспериментальных исследований. При этом если анкеровка продольной арматуры обеспечена, то разрушение элементов по наклонным сечениям, как отмечено выше, может происходить по одному из двух видов (рис. 5):
 - В балке Б-IV-Id, с большим пролётом среза, критическая наклонная трещина при действии нагрузки развивается в сторону зоны чистого изгиба (к линии действия сосредоточенной силы), где сразу же происходит разрушение сжатой зоны бетона над вершиной наклонной трещины, а следовательно и полное разрушение балки при нагрузке 100 кН (показание манометра насосной станции).
 - В балке Б-III-26, с малым пролётом среза, критическая наклонная трещина при действии нагрузки достигла зоны чистого изгиба, пересекая всю высоту балки при нагрузке 50 кН, что составляет менее 50 % от разрушающей нагрузки. Чтобы создать условия для разрушения балки, при достижении в бетоне предельного состояния соответствующего критерию прочности бетона при плоском напряженном состоянии в координатах сжатие-срез, необходимо ее было догрузить внешней нагрузкой до 110 кН. Следовательно, в стадии развития критической наклонной трещины (когда она достигает линии действия нагрузки) напряженно-деформированное состояние в

⁵ Экспериментальные исследования автора статьи (Лекция автора статьи для студентов из Нидерландов во время их стажировки в России (ВоГТУ)).

них существенно отличается. При действии статических нагрузок в балках с малыми пролётами среза разрушение по наклонным сечениям, как правило, происходит менее интенсивно по сравнению с балками при больших пролётах среза, при условии одинаковой скорости загрузения и одинаковых их геометрических и механических характеристиках.

2. Железобетонный элемент, как правило, работает при совместном действии изгибающих моментов, продольных и поперечных сил, поэтому при действии нагрузки, как отмечено выше, в нем возникает сложное напряженно-деформированное состояние. Связь между работой нормальных и наклонных сечений и перераспределение усилий в сечениях при действии нагрузки в железобетонных балках наглядно подтверждается и тем, что в процессе испытаний установлено, что образование нормальных трещин сдерживает начало образования наклонных трещин, а после образования наклонных трещин мгновенно происходит незначительное закрытие нормальных трещин и т.д.

Поэтому выполнять расчёты балок по наклонным сечениям на действие только поперечных сил без учета влияния изгибающих моментов является одним из приведенных выше существенных недостатков методики расчёта, заложенной в действующих нормативных документах.

3. На основе полученных экспериментальных результатов напряженно-деформированного состояния на участках совместного действия изгибающих моментов и максимальных поперечных сил разработана методика расчёта прочности элементов по наклонным сечениям. При расчётах используется совместное решение уравнений равновесия усилий в нормальных и наклонных сечениях с использованием некоторых дополнительных уравнений, отражающих взаимную связь напряженного состояния по различным сечениям, в том числе и предложенная автором диаграмма зависимости $\sigma_s - M$ для определения напряжений в продольной арматуре по сечению с трещиной (**рис. 6**) вместо гипотезы плоских сечений, предлагаемой некоторыми авторами, в том числе [12, 13]. В соответствии с данной гипотезой при определении напряжений в продольной арматуре по сечению с трещиной получают существенные погрешности теоретических результатов в сравнении с опытными из-за значительного искривления указанного сечения.

Методика расчёта изгибаемых железобетонных элементов по наклонным сечениям имеет значительную сходимость опытных и теоретических результатов прочности по наклонным сечениям – выше по сравнению с результатами, полученными в расчётах по действующим нормативным документам. При этом, как отмечено ранее, учитываются совместные действия изгибающих моментов, поперечных и продольных сил с использованием взаимозависимостей напряжённо-деформированного состояния при образовании нормальных и наклонных трещин и их развитии при действии нагрузки вплоть до разрушения элементов. Это способствует надёжности, долговечности и экономичности конструкций при их эксплуатации, что соответствует требованиям Европейских норм по железобетону.

ЛИТЕРАТУРА

1. Залесов А.С. Несущая способность железобетонных элементов при действии поперечных сил / А.С. Залесов, О.Ф. Ильин // *Бетон и Железобетон. Ежемесячный научно-технический и производственный журнал.* – 1973. – № 6. – С. 19-21.
2. Залесов А.С. Трещиностойкость наклонных сечений железобетонных элементов. Предельные состояния элементов железобетонных конструкций / А.С. Залесов, О.Ф. Ильин. [под ред. д-ра техн. наук, проф. С.А. Дмитриева]. М.: Стройиздат, 1976. – С. 56-68.
3. Старишко И.Н. Несущая способность по наклонным сечениям предварительно-напряженных изгибаемых железобетонных элементов / И.Н. Старишко, А.С. Залесов, Э.Е. Сигалов // *Журнал «Известия ВУЗов».* – № 4. – разд. «Строительство и архитектура». – 1976. – С. 21-26.
4. Старишко И.Н. Экспериментальные исследования влияния свесов сжатых полок на несущую способность по наклонным сечениям в изгибаемых железобетонных балках таврового профиля при действии поперечных сил // *Academia. Архитектура и строительство.* – 2016. – № 1. – С. 139-144.
5. Starishko I.N. Diversity and completeness of the results of targeted experimental research are the main factors in the development of a reliable theory of calculating of bending reinforced concrete elements

- along inclined sections // Scientific achievements of the third millennium. New York, 2021. – PP. 123-129.*
6. Zwoyer E.M. *Ultimate strength in shear of simply supported prestressed concrete beams without web reinforcement / E.M. Zwoyer, C.P. Siess // ACI Journal. – October, 1954. – PP. 181-200.*
 7. Слепко Л.М. *Некоторые результаты экспериментального исследования прочности прямоугольных предварительно-напряженных железобетонных балок по наклонным сечениям / Л.М. Слепко // Вестник Львовского политехнического института. – № 20. – Издательство Львовского университета, 1967.*
 8. Игнатавичюс И.Б. *К вопросу расчёта железобетонных балок по наклонному сечению / И.Б. Игнатавичюс, П.И. Пукелис // Материалы II Республиканской научно-технической конференции по вопросам строительства и архитектуры. – Вильнюс, 1971.*
 9. Leonhardt F. *Contributions to the treatment of the problems of shear in reinforced concrete construction / F. Leonhardt, R Walther // Cement and Concrete Association. – 1962. – № 111. – 134 с.*
 10. Starishko I.N. *Influence of the main factors on the bearing capacity of the bent reinforced concrete elements in inclined sections obtained on the basis of experimental studies / I.N. Starishko // Process Management and Scientific development, Birmingham. – 2021. – PP. 140-150.*
 11. Старишко И.Н. *Совершенствование методики расчёта изгибаемых железобетонных элементов по наклонным сечениям / И.Н. Старишко // Промышленное и гражданское строительство. – 2019. – № 5. – С. 14-23.*
 12. Жарницкий В.И. *Экспериментальные исследования сопротивления железобетонных балок перерезывающей силе / В.И. Жарницкий, А.А. Беликов, С.О. Курнавина // Промышленное и гражданское строительство. – 2011. – № 3. – С. 18-20.*
 13. Жарницкий В.И. *Прочность железобетонных конструкций по сечениям, совпадающим с фактическим полем направления трещин (теория и эксперимент) // Научные труды III Всероссийской (II Международной) конференции по бетону и железобетону (Москва, 12-16 мая 2014 г.) – Том 1. – С. 27-38.*
 14. Walther R. *Die Schubbemessung im Spannbeton auf Grund Neuerer Versuche und Erkenntnisse // Scheweizeische Bauzeitung. – Heft 11. – Zurich, 1962. – PP. 171-178.*
 15. Боришанский М.С. *Исследование трещиностойкости предварительно напряженных железобетонных балок при действии поперечных сил / М.С. Боришанский, Ю.К. Николаев // Журнал*

«Известия ВУЗов» № 4, разд. «Строительство и архитектура». – 1965. – С. 35-41.

16. Старишко И.Н. Факторы, определяющие несущую способность предварительно напряженных изгибаемых железобетонных элементов на приопорных участках: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / И.Н. Старишко; науч. рук. Э.Е. Сигалов. – МИСИ. – М., 1985. – 245 с.

L I T E R A T U R A

1. Zalesov A.S. *Nesushchaya sposobnost' zhelezobetonnyh elementov pri dejstvii poperechnykh sil* / A.S. Zalesov, O.F. Il'in // *Beton i Zhelezobeton. Ezheemesyachnyj nauchno-tekhnicheskij i proizvodstvennyj zhurnal*. – 1973. – № 6. – S. 19-21.
2. Zalesov A.S. *Treshchinostojkost' naklonnykh sechenij zhelezobetonnykh elementov. Predel'nye sostoyaniya elementov zhelezobetonnykh konstrukcij* / A.S. Zalesov, O.F. Il'in. [pod red. d-ra tekhn. nauk, prof. S.A. Dmitrieva]. M.: Strojizdat, 1976. – S. 56-68.
3. Starishko I.N. *Nesushchaya sposobnost' po naklonnym secheniyam predvaritel'no-napryazhennykh izgibaemykh zhelezobetonnykh elementov* / I.N. Starishko, A.S. Zalesov, E.E. Sigalov // *Zhurnal «Izvestiya VUZov»*. – № 4. – razd. «Stroitel'stvo i arhitektura». – 1976. – S. 21-26.
4. Starishko I.N. *Eksperimental'nye issledovaniya vliyaniya svesov szhatykh polok na nesushchuyu sposobnost' po naklonnym secheniyam v izgibaemykh zhelezobetonnykh balkah tavrovogo profilya pri dejstvii poperechnykh sil* // *Academia. Arhitektura i stroitel'stvo*. – 2016. – № 1. – S. 139-144.
5. Starishko I.N. *Diversity and completeness of the results of targeted experimental research are the main factors in the development of a reliable theory of calculating of bending reinforced concrete elements along inclined sections* // *Scientific achievements of the third millennium. New York, 2021*. – PP. 123-129.
6. Zwoyer E.M. *Ultimate strength in shear of simply supported prestressed concrete beams without web reinforcement* / E.M. Zwoyer, C.P. Siess // *ACI Journal*. – October, 1954. – PP. 181-200.
7. Slepko L.M. *Nekotorye rezul'taty eksperimental'nogo issledovaniya prochnosti pryamougol'nykh predvaritel'no-napryazhennykh zhelezobetonnykh balok po naklonnym secheniyam* / L.M. Slepko //

- Vestnik L'vovskogo politekhnicheskogo instituta. – № 20. – Izdatel'stvo L'vovskogo universiteta, 1967.*
8. Ignatavichyus I.B. *K voprosu raschyota zhelezobetonyh balok po naklonnomu secheniyu / I.B. Ignatavichyus, P.I. Pukelis // Materialy II Respublikanskoj nauchno-tekhnicheskoy konferencii po voprosam stroitel'stva i arhitektury. – Vil'nyus, 1971.*
 9. Leonhardt F. *Contributions to the treatment of the problems of shear in reinforced concrete construction / F. Leonhardt, R Walther // Cement and Concrete Association. – 1962. – № 111. – 134 s.*
 10. Starishko I.N. *Influence of the main factors on the bearing capacity of the bent reinforced concrete elements in inclined sections obtained on the basis of experimental studies / I.N. Starishko // Process Management and Scientific development, Birmingham. – 2021. – PP. 140-150.*
 11. Starishko I.N. *Sovershenstvovanie metodiki raschyota izgibaemyh zhelezobetonyh elementov po naklonnym secheniyam / I.N. Starishko // Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo. – 2019. – № 5. – S. 14-23.*
 12. Zharnickij V.I. *Ekspperimental'nye issledovaniya soprotivleniya zhelezobetonyh balok pererezyvayushchej sile / V.I. Zharnickij, A.A. Belikov, S.O. Kurnavina // Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo. – 2011. – № 3. – S. 18-20.*
 13. Zharnickij V.I. *Prochnost' zhelezobetonyh konstrukcij po secheniyam, sovpadayushchim s fakticheskim polem napravleniya treshchin (teoriya i eksperiment) // Nauchnye trudy III Vserossijskoj (II Mezhdunarodnoj) konferencii po betonu i zhelezobetonu (Moskva, 12-16 maya 2014 g.) – Tom 1. – S. 27-38.*
 14. Walther R. *Die Schubbemessung im Spannbeton auf Grund Neuerer Versuche und Erkenntnisse // Scheweizeische Bauzeitung. – Heft 11. – Zurich, 1962. – PP. 171-178.*
 15. Borishanskij M.S. *Issledovanie treshchinostojkosti predvaritel'no napryazhennyh zhelezobetonyh balok pri dejstvii poperechnyh sil / M.S. Borishanskij, Yu.K. Nikolaev // Zhurnal «Izvestiya VUZov» № 4, razd. «Stroitel'stvo i arhitektura». – 1965. – S. 35-41.*
 16. Starishko I.N. *Factory, opredelyayushchie nesushchuyu sposobnost' predvaritel'no napryazhennyh izgibaemyh zhelezobetonyh elementov na priopornyh uchastkah: dis. ... kand. tekhn. nauk: 05.23.01 / I.N. Starishko; nauch. ruk. E.E. Sigalov. – MISI. – M., 1985. – 245 s.*

.....
**THE CALCULATION THEORY OF THE STRENGTH OF BENDING
REINFORCED CONCRETE ELEMENTS ALONG INCLINED
SECTIONS BASED ON A TWO-BLOCK CALCULATION
SCHEME WITH AN EXAMPLE OF CALCULATION**

*Ph.D. (Tech.), Associate Professor I.N. Starishko,
(Vologda State University (VSU))
Contact information: starishkoi@mail.ru*

The calculation of the strength of bending reinforced concrete elements along inclined sections, laid down in current regulatory documents SP 63.13330.2012 «Concrete and reinforced concrete structures», as well as some other calculation methods, developed by both domestic and foreign researchers, have many disadvantages, often causing the discrepancy of calculation results with experienced results. One of the reasons for this is the narrow focus of many experimental studies, on the basis of which the specified calculation method has been developed.

The disadvantages of the calculation theory of the strength of bending reinforced concrete elements along inclined sections, laid down in current regulatory documents, and the ways of its improvement are described. The calculation method of bending reinforced concrete elements along inclined sections, proposed by the author of the article, is based on numerous both own (more than 500 bending elements tested) and other domestic and foreign experimental and theoretical studies, including the studies of E.M Zvoyer. (USA) (see further the example of calculating the strength of inclined sections of a bending reinforced concrete beam, taken from his experimental studies).

The advantage of this calculation method is that, when solving problems of determining the bearing capacity of bending reinforced concrete elements along inclined sections, it is necessary to perform calculations on strength and cracks formation in normal sections beforehand, as well as calculations at the stage of development of inclined cracks. Herewith, an interrelation is used in the development of a stress-strain state under the action of a load in both normal and inclined sections to the longitudinal axis of the elements, up to the destruction of the beams, obtained as a result of experimental and theoretical studies. Such a comprehensive consideration of the main factors, affecting the formation and development of cracks, and also the bearing capacity of bending reinforced concrete elements along inclined sections, ensures a close match between experimental and calculated data,

increases reliability, durability and cost-effectiveness of constructions during their operation.

Key words: *bending elements, equilibrium equations, concrete strength criteria, shear spans, bearing capacity, experimental studies, inclined sections, stress-strain state, influence factors, calculation method.*

Рецензент: канд. техн. наук Б.П. Кутько (ФАУ «РОСДОРНИИ»).

Статья поступила в редакцию: 12.04.2021 г.