УДК 624.046.2

НЕДОСТАТКИ ДЕЙСТВУЮЩЕЙ ТЕОРИИ РАСЧЕТА НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ВНЕЦЕНТРЕННО СЖАТЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ И ПУТИ ЕЕ СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ

Канд. техн. наук, доцент **И.Н. Старишко**
(Вологодский государственный университет)
Конт. информация: starishkoi@mail.ru

Приводятся результаты расчетов внецентренно сжатых железобетонных элементов в предельном состоянии по несущей способности с учетом всех возможных напряжений в продольной арматуре площадью A_S от R_S до R_{SC}, вызванных разными значениями эксцентриситета e продольной силы N. Методика расчета основана на совместном решении уравнений равновесия продольных сил и внутренних усилий с уравнениями равновесия изгибающих моментов в предельном состоянии по прочности нормальных сечений.
***Ключевые слова**: внецентренно сжатые элементы, уравнения равновесия, несущая способность, напряженно-деформированное состояние, эксцентриситет.*

Расчет внецентренно сжатых элементов в предельном состоянии по прочности нормальных сечений, заложенный в нормативных документах, действующих на территории России, в том числе СП 63.13330.2012 **[1]**, включает два случая напряжений в арматуре площадью A_S, расположенной с противоположной стороны от линии действия нагрузки:

Случай 1 – случай больших эксцентриситетов, при котором арматура с площадью A_s к моменту разрушения элемента растянута, и напряжение в ней σ_s достигает предельных значений, равных R_s.

Случай 2 – случай малых эксцентриситетов, при котором напряжение в арматуре площадью A_s не достигает предельных значений.

Одним из существенных недостатков указанной методики расчета является то, что при определении высоты сжатой зоны бетона x из условия равновесия продольных сил и внутренних усилий, влияние эксцентриситета продольных сил не учитывается, и это же значение x используется при проверке несущей способности элементов.

Недостатком методики расчета является и то, что при известной площади продольной арматуры A_S и A'_S высота сжатой зоны бетона *x,* определяемая из уравнения равновесия продольных сил и внутренних усилий $\left(N \le N_{сеч}\right)$, часто значительно отличается от высоты сжатой зоны бетона *x,* определяемой из уравнения равновесия изгибающих моментов $\left(N \cdot e \le M_{сеч}\right)$.

Это приводит к тому, что при определении значения *x* из уравнения равновесия продольных сил и внутренних усилий рассматриваемый элемент относится к расчетному случаю 2 внецентренно сжатых элементов (случай малых эксцентриситетов), а при определении значения *x* из уравнения равновесия изгибающих моментов этот же элемент относится к расчетному случаю 1 (случай больших эксцентриситетов). Пример расчета приведен в работе **[2]**.

Причинами этих расхождений при определении *x* также могут быть и принятые в действующей методике расчетов упрощения:

- прямоугольная эпюра напряжений в сжатой зоне бетона;
- линейная зависимость между напряжениями в продольной растянутой арматуре и высотой сжатой зоны бетона;
- учет деформированной схемы с помощью поправочных коэффициентов и т.д.

Неточность в определении высоты сжатой зоны бетона в предельном состоянии элементов часто искажает фактическую их несущую способность.

В действующих нормативных документах, при проверке условия $N \le N_{сеч}$, значение $N_{сеч}$ не есть несущая способность элемента, так как значение *x* для определения $N_{сеч}$ устанавливается в зависимости от известной внешней нагрузки *N*. Поэтому по существующей в нормативных документах методике расчета, проверяя условие $N \le N_{сеч}$, мы можем только определить, выдержит ли колонна заданную нагрузку или не выдержит.

Однако при этом мы не знаем, какую же максимальную нагрузку выдержит колонна, так как при другом значении внешней нагрузки N получим другое значение *x* и, соответственно, другое значение $N_{сеч}$. К тому же при определении значений $N_{сеч}$ высота сжатой зоны бетона *x* в предельном состоянии элемента при изменении нагрузки от N до $N_{сеч}$ может существенно измениться, что не учитывается в действующих нормативных документах **[3,4]**.

Кроме некоторых недостатков в расчетах несущей способности, указанных выше, в методике расчета внецентренно сжатых железобе-

тонных элементов, изложенной в СП35.13330.2011 **[4]**, необходимо также отметить и следующие недочеты:

1. В п. 7.69 (внецентренно сжатые железобетонные элементы с расчетным эксцентриситетом $e_c \le r$) при расчетах по устойчивости и прочности принято, что напряжение в бетоне по всей площади поперечного сечения A_b достигает предельных значений R_b (формулы (7.31)-(7.34)). Однако при выполнении условия $e_c \le r$, в зависимости от эксцентриситета e_c, напряжение сжатия в бетоне по грани сечения, расположенной с противоположной стороны от линии действия нагрузки N, может изменяться в широких пределах – от нуля до R_b. Следовательно, перед разрушением элементов, напряжение в бетоне по всему поперечному сечению достигает предельных значений R_b только в частном случае, когда эксцентриситет продольных сил $e_c=0$ (центрально сжатые элементы со случайными эксцентриситетами).
2. В указанном выше п. 7.69 (формулы (7.31)-(7.34)) напряжение сжатия во всей ненапрягаемой арматуре площадью A'_s в предельном состоянии элемента принято равным его предельному значению, т.е. R_{sc}. Однако при выполнении условия $e_c \le r$ в арматуре, расположенной с противоположной стороны от линии действия нагрузки N, напряжение сжатия σ_{sc} может иметь различные значения и в зависимости от e_c может изменяться от нуля до R_{sc}. Следовательно, принимая в указанных формулах усилие в продольной ненапрягаемой арматуре, равное его предельному значению $R_{sc}A'_s$, расчетная несущая способность элемента может оказаться существенно завышенной по сравнению с опытной несущей способностью.
3. Совместное влияние факторов, изложенных в п.1 и 2 для внецентренно сжатых железобетонных элементов с расчетным эксцентриситетом $e_c \le r$, в ряде случаев может привести к повышению их расчетной несущей способности до 40%, а иногда и более, что существенно понижает надежность работы элементов в процессе эксплуатации.
4. В СП 35.13330.2011, пункт 7.70 (Расчет прочности внецентренно сжатых железобетонных элементов при $e_c > r$, $x > h'_f$ и $\xi \le \xi_y$), условие равновесия (7.35):

   $$Ne_0 \le R_b b x(h_0-0.5x)+R_b(b'_f-b)h'_f(h_0-0.5\,h'_f)+R_{sc}A'_s(h_{01}-a'_s)+\sigma_{ps}A'_p(h_0-a'_p)$$

   проверяется при значениях x определяемых из формулы (7.37):

   $$N+R_pA_p+R_sA_s-R_{sc}A'_s-\sigma_{ps}A'_p = R_b b x+R_b(b'_f-b)h'_f,$$

   из которой следует, что при определении значения x не учитывается влияние эксцентриситета e_0 продольной силы N. Однако из опытных результатов, а также из формулы (7.35) (см. выше) вид-

но, что с увеличением эксцентриситета e_0 уменьшается высота сжатой зоны бетона x, а, следовательно, и снижается несущая способность элементов (**рис. 2**, где неучет e_0, при определении x, явился одной из причин разрушения элемента).

5. В связи с изложенными недостатками в пп. 1, 2 и 4, а также наличием многих других эмпирических и полуэмпирических зависимостей (при определении коэффициента φ и особенно в расчетах элементов кольцевого сечения и сечений с косвенным армированием), достаточного обоснования которых в **[4]** не приводится, следует, что методику расчета, заложенную в данном документе, необходимо существенно совершенствовать.

Следует отметить, что несущая способность колонны определяется предельной нагрузкой N_{max}, которую она может выдержать неограниченно долгое время без разрушения.

Если при решении задач по определению несущей способности внецентренно сжатых элементов использовать формулы (36, 38, 39), приведенные в СНиП 2.03.01-84* (далее СНиП), где вместо фактической нагрузки N использовать предельную нагрузку N_{max}, т.е. несущую способность элемента, которой будет соответствовать и значение x в предельном его состоянии, а не какое-то мнимое значение x, зависящее от N (как изложено в действующих нормативных документах), то в указанных уравнениях окажутся следующие неизвестные значения: x, σ_S, N_{max}, а также значение η (определяемое по формуле (7.8) **[4]** или по формуле 7.6 **[1]**), но зависящее от N_{max} и N_{cr}. Для определения указанных неизвестных необходимо решать кубическое уравнение при неизвестном значении x или N_{max}. После этого необходимо выполнять проверку $N \le N_{\max}$.

Решение кубического уравнения вместо квадратного вызвано тем, что в нижеприведенных формулах используется неизвестное значение несущей способности N_{max} вместо известной нагрузки N, как изложено в [**1,3,4**].

В качестве дополнения автором данной статьи предлагается следующее: при определении значения η нельзя использовать известную продольную силу N, так как определяемая несущая способность элемента N_{max}, которая, как правило, отличается от значения N (т.е. если определяется несущая способность колонны, которая соответствует величине разрушающей, а не заданной нагрузки, то и значение η должно соответствовать величине разрушающей нагрузки).

Предлагаемый в статье метод расчета носит конкретный характер, а не расчет методом проверок условий прочности, как в действующих нормативных документах, согласно которым по результатам расче-

та неизвестно, какую же предельную нагрузку может выдержать внецентренно сжатый железобетонный элемент.

Таким образом, более точное определение влияния вышеуказанных факторов на несущую способность внецентренно сжатых железобетонных элементов может быть получено путем совместного решения ряда уравнений, отражающих их напряженно-деформированное состояние (НДС).

Указанные выше исследования явились основанием для разработки методики расчета несущей способности внецентренно сжатых элементов, состоящей из 2-х вариантов возникновения возможных напряжений в продольной арматуре площадью A_S:

Вариант 1 – когда арматура с площадью A_S в предельном состоянии элемента окажется растянутой.

Вариант 2 – когда арматура с площадью A_S в предельном состоянии элемента окажется сжатой.

Вариант 1 в свою очередь предусматривает два случая возможных напряжений растяжения в арматуре площадью A_S:

Случай 1 – когда напряжение растяжения в указанной арматуре определяемое по формуле **(1)** достигает предельных значений, т.е. $\sigma_S \geq R_S$ (случай больших эксцентриситетов).

При этом в расчетных формулах принимается только одно значение $\sigma_S = R_S$.

Случай 2 – когда растягивающее напряжение в арматуре находится в пределах $0 \leq \sigma_S < R_S$ (случай малых эксцентриситетов).

Вариант 2 также предусматривает *два случая* возможных напряжений сжатия в арматуре площадью A_S:

Случай 3 – когда указанная арматура окажется сжатой и напряжение в ней определяемое по формуле **(1)** не достигает предельных значений, т.е. $0 < |\sigma_S| = \sigma_{SC} < R_{SC}$ (случай малых эксцентриситетов).

Случай 4 – когда сжимающие напряжения в арматуре достигают предельных значений, т.е. $|\sigma_S| = \sigma_{SC} \geq R_{SC}$ (центрально сжатые железобетонные элементы со случайными эксцентриситетами). При этом в расчетных формулах принимается только одно значение $|\sigma_S| = \sigma_{SC} = R_{SC}$.

Напряжение в арматуре площадью A_S определяется по формуле:

$$\sigma_s = \left(2\frac{1-\xi}{1-\xi_R} - 1\right)R_s \quad . \qquad \textbf{(1)}$$

Если относительная высота сжатой зоны бетона в предельном состоянии элемента равна:

$$\xi = \xi_0 = 0{,}5(1 + \xi_R) \quad , \qquad \textbf{(2)}$$

то из формулы **(1)** значение $\sigma_S = 0$.

При этом на фактической криволинейной эпюре напряжений в бетоне сжатой зоны напряжение в бетоне на уровне центра тяжести арматуры площадью A_S также равно нулю, т. е. $\xi_\phi = \dfrac{x_\phi}{h_0} = 1$. Из формулы **(2)** высота сжатой зоны бетона при условной прямоугольной эпюре напряжений равна:

$$x_0 = 0{,}5h_0(1 + \xi_R) \quad , \qquad \textbf{(3)}$$

или же из формулы **(3)** значение $x_0 = \xi_0 h_0$.

Таким образом, если значение $\xi \le \xi_0$, где величина ξ_0 определяется по формуле **(2)**, или же если значение σ_s в арматуре с площадью A_S в предельном состоянии элемента, определяемое по формуле **(1)**, окажется положительным – имеем *вариант 1* расчета внецентренно сжатых элементов, и наоборот, если значение $\xi > \xi_0$, или же если по формуле **(1)** окажется, что $\sigma_S < 0$ (отрицательное число), арматура с площадью A_S будет сжатой, при этом имеем *вариант 2* расчета внецентренно сжатых элементов.

В расчетных формулах внецентренно сжатых элементов напряжение в продольной арматуре площадью A_S принимается не более расчетного сопротивления растяжению, т.е. $\sigma_S \le R_S$, а также не более расчетного сопротивления сжатию, т.е. $|\sigma_S| = \sigma_{SC} \le R_{SC}$.

При решении практических задач по определению несущей способности или по определению площади поперечного сечения продольной арматуры внецентренно сжатых железобетонных элементов, необходимо установить, к какому расчетному варианту и случаю внецентренного сжатия относится решаемая задача.

Вначале расчета для определения σ_s по формуле **(1)** значение ξ неизвестно. Поэтому на основании обработки значительного количества опытных результатов, *расчетные вариант и случай* ориентировочно, в первом приближении, устанавливаются по значению эксцентриситета продольной силы $e_0\eta$, что будет уточняться в каждом примере по ходу

его решения (см. пример расчета в **[1]**). При этом значение η, также предварительно, определяем в зависимости от фактически приложенной нагрузки N и условной критической силы N_{cr} аналогично, как в **[1,3,4]**.

1. Если значение $e_0\eta > 0{,}3h_0$, имеет место *случай 1* – случай больших эксцентриситетов, при этом в предельном состоянии элемента напряжение σ_s в арматуре площадью A_S, определяемое по формуле **(1)**, будет достигать предельных значений, т.е. $\sigma_s \geq R_s$.
2. Если значение $0{,}17h_0 < e_0\eta \leq 0{,}3h_0$, имеет место *случай 2* – случай малых эксцентриситетов. При этом напряжение растяжения в арматуре площадью A_s в предельном состоянии элемента будет находиться в пределах $0 \leq \sigma_s < R_s$.
3. Если значение $0{,}09h_0 < e_0\eta \leq 0{,}17h_0$, имеет место *случай 3* – также случай малых эксцентриситетов, но при этом, напряжение сжатия в арматуре площадью A_s в предельном состоянии элемента будет находиться в пределах: $-R_s < \sigma_s \leq 0$, т.е. по абсолютной величине $0 \leq |\sigma_S| = \sigma_{SC} < R_{sc}$.
4. Если значение $e_0\eta \leq 0{,}09h_0$, имеет место *случай 4.* При этом расчет необходимо выполнять как для внецентренно сжатых элементов со случайными эксцентриситетами, принимая $|\sigma_S| = \sigma_{SC} = R_{sc}$.

Если условная критическая сила N_{cr} определяется в соответствии с **[3]**, указанные выше в пп. 1-4 границы для определения расчетного случая внецентренного сжатия элементов рекомендуется несколько увеличить до значений, приведенных в **[5]**.

Данные границы значений эксцентриситета продольных сил $e_0\eta$, влияющие на границы возможных напряжений в продольной арматуре в предельном состоянии элементов, зависят от многих факторов и могут незначительно изменяться. Поэтому в ходе дальнейших исследований возможно их уточнение.

Автором данной статьи предлагается совместное решение указанных ниже уравнений, отражающих НДС во внецентренно сжатых железобетонных элементах. Совместное решение таких уравнений приводит к решению кубического уравнения относительно высоты сжатой зоны бетона x или относительно продольной силы N_{max} в предельном состоянии элементов.

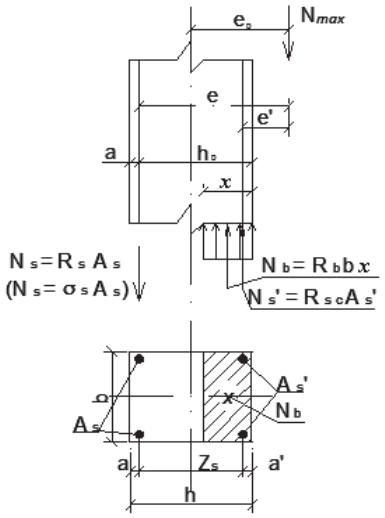

Рис. 1. Расчетная схема внецентренно сжатых элементов прямоугольного сечения

Для определения высоты сжатой зоны бетона x в предельном состоянии внецентренно сжатых элементов прямоугольных сечений как с симметричной, так и несимметричной арматурой, с учетом влияния основных факторов, в расчетах любых вариантов и случаев внецентренного сжатия, вначале используем уравнение равновесия изгибающих моментов от внешней нагрузки и внутренних усилий **(рис. 1)**:

$$N_{\max} \cdot e \le R_b b x \left(h_0 - 0{,}5x\right) + R_{sc} A'_s \left(h_0 - a'\right) \ , \qquad \textbf{(4)}$$

где

e – эксцентриситет продольной силы N относительно центра тяжести площади арматуры A_S с учетом коэффициента увеличения прогиба η в гибких внецентренно сжатых железобетонных элементах, который определяется по формуле:

$$e = e_0 \eta + \frac{h}{2} - a \ , \qquad \textbf{(5)}$$

где

$$\eta = \frac{1}{1 - \dfrac{N_{\max}}{N_{cr}}} \ . \qquad \textbf{(6)}$$

Решая совместно уравнения **(4-6)**, получим:

$$N_{\max}\left(\frac{N_{cr}e_0}{N_{cr}-N_{\max}}+\frac{h}{2}-a\right)\le R_b bx(h_0-0{,}5x)+R_{sc}A'_s\,(h_0-a') \quad . \quad \textbf{(7)}$$

Умножая на $(N_{cr}-N_{\max})$ левую и правую части формулы **(7)**, окончательно получим:

$$N_{\max}\cdot N_{cr}e_0+\left(\frac{h}{2}-a\right)N_{\max}\cdot N_{cr}-\left(\frac{h}{2}-a\right)N_{\max}{}^2-$$
$$R_b bh_0 N_{cr}\cdot x+0{,}5R_b bN_{cr}\cdot x^2+R_b bh_0 N_{\max}x-$$
$$-0{,}5R_b bN_{\max}x^2-R_{sc}A'_s\,(h_0-a')N_{cr}+R_{sc}A'_s\,(h_0-a')N_{\max}=0 \quad . \quad \textbf{(8)}$$

Рассмотрим несколько случаев определения несущей способности внецентренно сжатых элементов:

1. Определение несущей способности внецентренно сжатых элементов по *варианту 1* – *случай 1* (случай больших эксцентриситетов), когда арматура с площадью A_S в предельном их состоянии растянута и выполняется условие $\xi\le\xi_R$.

Условие равновесия продольных сил и внутренних усилий имеет вид:

$$N_{\max}=R_b bx+R_{sc}A'_s-R_s A_s. \quad \textbf{(9)}$$

Подставляя значение $N_{\max}$ из формулы **(9)** в формулу **(8)**, обозначив $R_{SC}A'_S-R_S A_S=P$, после преобразований получим:

$$x^3-\left(h+\frac{N_{cr}-P}{R_b b}\right)x^2-[N_{cr}(e_0+\frac{h}{2}-a)-(h-2a)P-h_0(N_{cr}-P)+R_{sc}A'_s(h_0-a')]\frac{2}{R_b b}x-$$
$$-[N_{cr}P(e_0+\frac{h}{2}-a)-(\frac{h}{2}-a)P^2-R_{sc}A'_s(h_0-a')(N_{cr}-P)]\frac{2}{R_b^2b^2}=0. \quad \textbf{(10)}$$

Уравнение **(10)** можно записать в виде:

$$x^3-b_1x^2-b_2x-b_3=0 \quad , \quad \textbf{(11)}$$

где

b_1 – в см; b_2 – в см^2; b_3 – в см^3.

После определения высоты сжатой зоны бетона x несущую способность внецентренно сжатого железобетонного элемента по величине изгибающего момента можно рассчитать по формуле **(4)**, где для определения эксцентриситета e используем формулы **(5,6)**.

Несущую способность элемента по величине нагрузки можно также определить, используя формулу **(9)**.

2. Определение несущей способности внецентренно сжатых элементов по *варианту 1* – *случай 2* (случай малых эксцентрисите-

тов), когда арматура с площадью A_S в предельном состоянии растянута и выполняется условие:

$$\xi_R < \xi \le 0{,}5(1+\xi_R) \quad .$$

Согласно данному условию, напряжение в продольной арматуре σ_S, расположенной с противоположной стороны от линии действия нагрузки, которое определяется по формуле **(1)**, находится в пределах $0 \le \sigma_S < R_S$.

При этом условие равновесия продольной силы и внутренних усилий в сечении элемента имеет вид:

$$N_{\max} \le R_b b x + R_{sc} A'_s - \sigma_s A_s \quad . \qquad \textbf{(12)}$$

Из формулы **(12)** определяем высоту сжатой зоны бетона *x* в предельном состоянии внецентренно сжатого железобетонного элемента:

$$x = \frac{N_{\max} - R_{sc} A'_s + \sigma_s A_s}{R_b b} \quad . \qquad \textbf{(13)}$$

Подставляя значение σ_S из формулы **(1)** в формулу **(13)**, с учетом $\xi = \frac{x}{h_0}$, получим:

$$x = \frac{N_{\max} - R_{sc} A'_s - R_s A_s}{R_b b} + \frac{2R_s A_s}{R_b b(1-\xi_R)} - \frac{2R_s A_s x}{R_b b(1-\xi_R) h_0}. \qquad \textbf{(14)}$$

В формуле **(14)** обозначим:

$$\frac{2R_s A_s}{R_b b(1-\xi_R)} = K \quad . \qquad \textbf{(15)}$$

Тогда:

$$x = \frac{(N_{\max} - R_{sc} A'_s - R_s A_s) h_0}{R_b b(h_0 + K)} + \frac{K h_0}{h_0 + K}. \qquad \textbf{(16)}$$

В формуле **(16)** обозначим:

$$\frac{(R_{sc} A'_s + R_s A_s) h_0}{R_b b(h_0 + K)} = c; \qquad \textbf{(17)}$$

$$\frac{K h_0}{h_0 + K} = d. \qquad \textbf{(18)}$$

Получим:

$$x = \frac{N_{\max} h_0}{R_b b(h_0 + k)} - c + d. \qquad \textbf{(19)}$$

В формуле **(19)** обозначим:

$$\frac{h_0}{R_b b(h_0 + K)} = z. \qquad \textbf{(20)}$$

Тогда высота сжатой зоны бетона x внецентренно сжатых железобетонных элементов, но пока без учета эксцентриситета продольных сил, из формулы **(19)** равна:

$$x = N_{\max} \cdot z - c + d \ . \qquad \textbf{(21)}$$

Из формулы **(21)** определяем значение продольной силы N_{max}:

$$N_{\max} = \frac{x}{z} - \frac{d-c}{z} \ \text{ или } \ N_{\max} = \frac{x+c-d}{z} . \qquad \textbf{(22)}$$

Для определения высоты сжатой зоны бетона внецентренно сжатых элементов, с учетом эксцентриситета e и коэффициента η, когда арматура с противоположной стороны от действия нагрузки N_{max} растянута, подставим значение N_{max} из формулы **(22)** в формулу **(8)** получим:

$$x^3 + \left[\left(\frac{h}{2} - a\right)\frac{2}{R_b b z} - N_{cr} z - 2h_0 - d + c\right]x^2 -$$

$$- \left[N_{cr}\left(e_0 + \frac{h}{2} - a\right) + 2\left(\frac{h}{2} - a\right)\cdot\frac{d-c}{z} -\right.$$

$$\left. - R_b b h_0 (N_{cr} z + d - c) + R_{sc} A'_s (h_0 - a')\right]\frac{2}{R_b b} x +$$

$$+ \left[N_{cr}(d-c)\cdot\left(e_0 + \frac{h}{2} - a\right) + \left(\frac{h}{2} - a\right)\frac{(d-c)^2}{z} +\right.$$

$$\left. + R_{sc} A'_s (h_0 - a')(N_{cr} z + d - c)\right]\frac{2}{R_b b} = 0 \ . \qquad \textbf{(23)}$$

Окончательно формулу **(23)** можно записать в виде:

$$x^3 + b_1 x^2 - b_2 x + b_3 = 0 \ , \qquad \textbf{(24)}$$

где

b_1 – в см; b_2 – в см^2; b_3 – в см^3.

Подставляя полученное значение x из формулы **(24)** в формулу **(22),** можно определить несущую способность внецентренно сжатого элемента по величине нагрузки с учетом всех основных факторов, влияющих на НДС элементов, когда напряжение в арматуре площадью A_S находится в пределах $0 \le \sigma_s < R_s$.

3. Определение несущей способности внецентренно сжатых железобетонных элементов по *варианту 2* – *случай 3* (случай малых эксцентриситетов), когда арматура с площадью A_S в предельном их состоянии сжата и выполняется условие $0{,}5(1+\xi_R) \le \xi < 1$.

При выполнении указанного условия напряжение в арматуре площадью A_S, расположенной с противоположной стороны от линии действия нагрузки σ_S, изменяется от нуля до R_s, т.е. до R_{sc}.

Условие равновесия продольной силы и внутренних усилий в сечении элемента имеет вид:

$$N_{\max} = R_b bx + R_{sc} A'_s + \sigma_{sc} A_s \quad . \tag{25}$$

Из формулы **(25)** получим:

$$x = \frac{N_{\max} - R_{sc} A'_s - \sigma_{sc} A_s}{R_b b} \quad , \tag{26}$$

где

σ_{SC} определяется аналогично, как и σ_S по формуле **(1).**

Подставляя σ_{SC} из формулы **(1)** в формулу **(26)** и выполнив преобразования аналогично, как и в п. 2, получим:

$$x = N_{\max} \cdot z' - c' - d' \quad , \tag{27}$$

где

$$z' = \frac{h_0}{R_b b(h_0 - K)} \quad ; \tag{28}$$

$$c' = \frac{(R_{sc} A'_s - R_s A_s) h_0}{R_b b(h_0 - K)} \quad . \tag{29}$$

При симметричной продольной арматуре, когда $A_s = A'_s$, в формуле **(29)** значение $c' = 0$.

$$d' = \frac{K h_0}{h_0 - K} \quad . \tag{30}$$

Из формулы **(27)** можно определить несущую способность внецентренно-сжатых элементов по величине нагрузки, когда арматура площадью A_S сжата:

$$N_{\max} = \frac{x + c' + d'}{z'} \quad . \tag{31}$$

Для определения высоты сжатой зоны бетона внецентренно сжатых элементов, с учетом эксцентриситета e и коэффициента η, подставим значение N_{max} из формулы **(31)** в формулу **(8)** и выполнив преобразования аналогично, как и в п. 2, окончательно получим:

$$x^3 + \left[\left(\frac{h}{2} - a \right) \frac{2}{R_b b z'} - N_{cr} z' - 2 h_0 + d' + c' \right] x^2 -$$

$$- \left[N_{cr} \left(e_0 + \frac{h}{2} - a \right) - 2 \left(\frac{h}{2} - a \right) \frac{d' + c'}{z'} - \right.$$

$$- R_b bh_0 (N_{cr} z' - d' - c') + R_{sc} A_s' (h_0 - a')] \frac{2}{R_b b} x -$$

$$- [N_{cr} (d' + c') \cdot \left(e_0 + \frac{h}{2} - a \right) - \left(\frac{h}{2} - a \right) \frac{(d' + c')^2}{z'} -$$

$$- R_{sc} A_s' (h_0 - a')(N_{cr} z' - c' - d')] \frac{2}{R_b b} = 0 \quad . \quad \textbf{(32)}$$

Формулу **(32)** можно записать в виде:

$$x^3 + b_1 x^2 - b_2 x - b_3 = 0 \quad , \qquad \textbf{(33)}$$

где

b_1 – в см; b_2 – в см^2; b_3 – в см^3.

Подставляя полученное значение x из формулы **(33)** в формулу **(31)** можно определить несущую способность внецентренно сжатого элемента по величине нагрузки, с учетом эксцентриситета e и коэффициента η, а также с учетом величины напряжения в продольной арматуре с площадью A , равной σ_{sc}, в случае, когда эта арматура в предельном состоянии элемента работает на сжатие.

4. Определение несущей способности внецентренно сжатых железобетонных элементов по *варианту 2 – случай 4* (центрально сжатые элементы со случайными эксцентриситетами), когда арматура с площадью A_s в предельном их состоянии сжата и выполняется условие $\xi \geq 1$, что по формуле **(1)** соответствует напряжению в арматуре $|\sigma_S| \geq |R_S|$, при этом в расчетных формулах необходимо принимать $\sigma_{sc} = R_{sc}$.

Дальнейший расчет выполняется с учетом влияния случайных эксцентриситетов.

Рассмотрим один из примеров расчета внецентренно сжатого железобетонного элемента по действующим нормативным документам **[4]**.

Пример 1 – Колонна с симметричной продольной арматурой

Проверка несущей способности колонны одноэтажного промышленного здания при указанных ниже данных.

Высота колонны H – 3,2 м; размеры сечения колонны – $b \times h = 40 \times 40\ см$. Призменная прочность бетона $R_b - 9\ МПа$, $E_b - 2{,}4 \cdot 10^4\ МПа$. Арматура из стали класса $A - II (A - 300)$, $R_s = R_{sc} = 270\ МПа$, $E_s = 2{,}1 \cdot 10^5\ МПа$; площадь поперечного сечения арматуры – $A_s = A_s' = 4{,}36\ см^2$. Расчетные продольные

силы и изгибающие моменты от всех нагрузок: $N = 1000\,кН$, $M = 75кНм$; от длительного действия нагрузок: $N_\ell = 600\,кН, M_\ell = 0$.

Определяем общие расчетные характеристики сечения $e_c = \frac{M}{N} = \frac{75}{1000} = 0{,}075\,м = 7{,}5\,см$, $e_{0\ell} = 0$. В соответствии с п. 7.16 по табл. 3 **[4]** расчетная длина $\ell_0 = H = 3{,}2\,м$; $e_{сл} = \frac{h}{30} = \frac{40}{30} = 1{,}33\ см > 1\,см > \frac{\ell_0}{600} = \frac{320}{600} = 0{,}53\ см.$ Принимаем $e_{сл} = 1{,}33\,см.$ Так как колонна работает в составе статически неопределимой системы: $e_0 = e_c = 7{,}5\,см; e_{0\ell} = e_{0сл} = 1{,}33\,см$. Наименьший радиус инерции поперечного сечения $i = 0{,}289h = 0{,}289 \cdot 40 = 11{,}56\,см$. При отношении $\frac{\ell_0}{i} = \frac{320}{11{,}56} = 27{,}68 > 14$ необходимо будет учитывать влияние прогибов на несущую способность колонны с учетом коэффициента η.

Задаемся значениями $a = a' = 3\,см$, тогда $h_0 = h - a = 40 - 3 = 37\,см$. $n_1 = \frac{E_s}{E_в} = \ = \frac{2{,}1 \cdot 10^5}{2{,}4 \cdot 10^4} = 8{,}75$. Определяем момент инерции бетонного сечения I относительно оси, проходящей через его центр тяжести, а также момент инерции площади сечения арматуры I_s относительно той же оси:

$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{40 \cdot 40^3}{12} = 213333\,см^4 \ .$$

$$I_s = \left(A_s + A_s'\right) z_s^{\,2} = (4{,}36 + 4{,}36) \cdot 17^2 = 2520\,см^4 \ .$$

Эксцентриситет продольной силы N относительно центра тяжести площади продольной арматуры A_s равен:

$$e = e_0 + 0{,}5h - a = 7{,}5 + 0{,}5 \cdot 40 - 3 = 24{,}5\,см;$$

$$e_\ell = 1{,}33 + 0{,}5 \cdot 40 - 3 = 18{,}33\,см.$$

Коэффициент, учитывающий влияние длительного действия нагрузки на прогиб элемента в предельном состоянии, равен:

$$\varphi_\ell = 1 + \frac{M_\ell}{M} = 1 + \frac{600 \cdot 18{,}33}{1000 \cdot 24{,}5} = 1{,}448$$

$$\delta_e = \frac{e_0}{h} = \frac{7{,}5}{40} = 0{,}187 < \delta_{e\min} = 0{,}5 - 0{,}01\frac{\ell}{h} - 0{,}01R_b =$$

$$= 0{,}5 - 0{,}01\frac{320}{40} - 0{,}01 \cdot 9 = 0{,}33.$$

Значение условной критической силы для определения η определяем по формуле **(7.10)** из **[4]**:

$$N_{cr} = \frac{6{,}4E_b}{\ell_0^{\,2}}\left[\frac{I}{\varphi_\ell}\left(\frac{0{,}11}{0{,}1+\delta_\ell}+0{,}1\right)+\alpha I_s\right] =$$

$$\frac{6{,}4\cdot 2{,}4\cdot 10^4\cdot(100)}{320^2}\left[\frac{213333}{1{,}448}\cdot\left(\frac{0{,}11}{0{,}1+0{,}33}+0{,}1\right)+\right.$$

$$\left.+\,8{,}75\cdot 2520\right] = 11170779H = 11170{,}779\ кН\,.$$

В соответствии с п. 7.54, формула 7.8 из **[4]**, значение коэффициента η, учитывающего влияние прогиба на значение эксцентриситета продольного усилия e_0, равно:

$$\eta = \frac{1}{1-\dfrac{N}{N_{cr}}} = \frac{1}{1-\dfrac{1000}{11170{,}779}} = 1{,}0983 \approx 1{,}1\,.$$

Эксцентриситет продольной силы N относительно центра тяжести площади продольной арматуры A_s с учетом коэффициента η, равен:

$$e = e_0\eta + 0{,}5h - a = 7{,}5\cdot 1{,}1 + 0{,}5\cdot 40 - 3 = 25{,}25\ см\,.$$

1. Расчет в соответствии с требованиями [4]

1.1 Первый вариант расчета

В соответствии с п. 7.69 **[4]** необходимо выполнить проверку $e_c \le r$.

Определяем геометрические характеристики приведенного сечения:

площадь приведенного сечения:

$$Ared = bh + 2\,n_1 A_s^{/} = 40\cdot 40 + 2\cdot 8.75\cdot 4.36 = 1676\ см^2;$$

момент инерции приведенного сечения:

$$Jred = \frac{bh^3}{12} + 2\,n_1 A_s^{/}\left(\frac{z_s}{2}\right)^2 = \frac{40\cdot 40^3}{12} + 2\cdot 8{,}75\cdot 4{,}36\cdot 17^2 = 235384\ см^4;$$

момент сопротивления приведенного сечения:

$$Wred = \frac{Jred}{0{,}5h} = \frac{235384}{0{,}5\cdot 40} = 11769\ см^3;$$

радиус ядра сечения:

$$r = \frac{Wred}{Ared} = \frac{11769}{1676} = 7{,}0\ см\,.$$

Так как e_c=7,5 см > r=7,0 см, расчет по прочности внецентренно сжатого железобетонного элемента с эксцентриситетом:

$$e_c = 7,5\ см > \frac{1}{400}\ \ell_0 = \frac{1}{400}\cdot 360 = 0,9\ см\ ,$$

следует выполнять в соответствии с п.7.70 **[4]**.

Высоту сжатой зоны бетона x для прямоугольных железобетонных сечений без предварительного напряжения арматуры определяем по формуле (7.37) из **[4]**:

$$N + R_s A_s - R_{sc} A_s^{/} = R_b b x\ \ .$$

Для элементов с симметричной продольной арматурой:

$$x = \frac{N}{R_b b} = \frac{1000000}{9(100)40} = 27,777\ см\ \ .$$

Относительная высота сжатой зоны бетона равна:

$$\xi = \frac{x}{h_0} = \frac{27,777}{37} = 0,75\ \ .$$

Определяем значение относительной граничной высоты сжатой зоны бетона в предельном состоянии элемента по формуле (7.18) **[4]**:

$$\xi_y = \frac{\omega}{1+\frac{\sigma_1}{\sigma_2}(1-\frac{\omega}{1,1})} = \frac{0,778}{1+\frac{270}{500}(1-\frac{0,778}{1,1})} = 0,672\ \ ,$$

где

$$\omega = 0,85 - 0,008R_b = 0,85 - 0,008\cdot 9 = 0,778\ \ .$$

Так как $\xi = 0,75 > \xi_y = 0,672$, то на основании указаний в п. 7.61 **[4]** при необходимости сохранения полученного по расчету значения $\xi = \frac{x}{h_0}$ большего граничного значения ξ_y, расчет внецентренно сжатых элементов с малыми эксцентриситетами следует выполнять с использованием нелинейной деформационной модели, согласно указаниям в **[1,3]**.

Уточняем значение относительной высоты сжатой зоны бетона ξ по формуле (3.92) в соответствии с **[3]**:

$$\xi = \frac{\alpha_n(1-\xi_R)+2\alpha_S\xi_R}{1-\xi_R+2\alpha_S} = \frac{0,75(1-0,672)+2\cdot 0,088\cdot 0,672}{1-0,672+2\cdot 0,088} = 0,722\ \ ,$$

где

$$\xi_R = \xi_y = 0{,}672;\ \alpha_n = \frac{N}{R_b b h_0} = \frac{1000000}{9(100)\cdot 40\cdot 37} = 0{,}75\ ;$$

$$\alpha_S = \frac{R_s A_s}{R_b b h_0} = \frac{270\cdot 4{,}36}{9\cdot 40\cdot 37} = 0{,}088\ .$$

Уточняем значение высоты сжатой зоны бетона x:

$$x = \xi \cdot h_0 = 0{,}722\cdot 37 = 26{,}714\ .$$

Несущая способность внецентренно сжатой колоны по величине изгибающего момента равна:

$$M_{ult} = R_b b x(h_0 - 0{,}5x) + R_{sc} A_s'(h_0 - a') =$$

$$= 9\cdot(100)\cdot 40\cdot 26{,}714\cdot(37 - 0{,}5\cdot 26{,}714) + 270\cdot(100)\cdot 4{,}36\cdot(37-3) = 26740047{,}672\ Hсм =$$

$$= 267{,}4\ кНм\ .$$

Так как $M = N\cdot e = 1000\cdot 25{,}25 = 25250 кНсм = 252{,}5 кНм < M_{ult} = 267{,}4\ кНм$ – несущая способность колонны обеспечена.

1.2 Второй вариант расчета

Определяем высоту сжатой зоны бетона из уравнения равновесия изгибающих моментов, формула (7.35) **[4]**:

$$N\cdot e \le R_b b x(h_0 - 0{,}5x) + R_{sc} A_s'(h_0 - a_s')\ .$$

Подставим значения:

$$1000000\cdot 25{,}25 \le 9\cdot(100)\cdot 40x\cdot(37 - 0{,}5x) + 270\cdot(100)\cdot 4{,}36\cdot(37-3)\ ;$$

$$25250000 - 1332000x + 18000x^2 - 4002480 = 0\ ;$$

$$x^2 - 74x + 1180{,}42 = 0\ ;$$

$$x_{1,2} = 37 \pm \sqrt{1369 - 1180{,}42}\ ;$$

$$x = 23{,}24\ см\ .$$

Так, высота сжатой зоны бетона x определена из уравнения равновесия изгибающих моментов. Следовательно, несущую способность элемента необходимо определить из уравнения равновесия продольной силы и внутренних усилий, которое для элементов с симметричной продольной арматурой имеет вид:

$$N = 1000kN > R_b b x = 9(100)40\cdot 23{,}24 = 836640H = 836{,}64kH\ ,$$

т.е. несущая способность колонны не обеспечена.

Таким образом, при использовании действующего нормативного документа **[4]**, при решении одного и того же примера по определению несущей способности внецентренно сжатого элемента двумя путями, используя одни и те же формулы, оказалось, что при расчете его по *варианту 1* (одна последовательность расчета) несущая способность обеспечена, а при расчете его по *варианту 2* (другая последовательность

расчета) несущая способность не обеспечена. Это и является одним из существенных недостатков в действующих нормативных документах, что иногда приводит к разрушению элементов в процессе их эксплуатации **(рис. 2)**.

Если расчет произвести по рассмотренной авторской методике, то несущая способность колонны окажется обеспеченной, но разница между разрушающей нагрузкой и несущей способностью колонны несущественна. То есть колонна находится на границе разрушения.

Примеры по данной методике расчета внецентренно сжатых элементов в предельном состоянии по несущей способности, с учетом всех возможных напряжений в продольной арматуре площадью *As* от *Rs* до *Rsc*, вызванных разными значениями эксцентриситета e продольной силы N, приведены в **[2,5;6** (в частности два примера с различными значениями *e*); **7,8]**.

Рис. 2. Разрушение колонны в процессе эксплуатации искусственного сооружения

ВЫВОДЫ

1. Как показывает опыт, высота сжатой зоны бетона x существенно зависит от величины эксцентриситета e_0, что не учитывается при использовании уравнения равновесия продольных сил и внутренних усилий, как предлагается в нормативных документах. Особенно опасным фактором, способствующим увеличению эксцентриситета, а соответственно и снижению несущей способности внецентренно сжатых элементов, является неточность монтажа, что иногда приводит к их разрушению.

   Однако, даже если колонну, приведенную в качестве примера в данной статье, с учетом всех выявленных причин разрушения, рассчитать в соответствии с нормативными документами (при определении высоты сжатой зоны бетона из уравнения равновесия продольных сил и внутренних усилий, без учета фактического значения эксцентриситета e_0 продольной силы N), то несущая способность ее оказывается обеспеченной, и разрушения не произойдет.

   При расчете указанной колонны по *варианту 2*, где значение x определяется из уравнения равновесия изгибающих моментов, несущая способность колонны окажется не обеспеченной, что и подтвердилось в процессе ее эксплуатации.

2. Предложенные автором статьи расчеты внецентренно сжатых элементов для 4-х случаев внецентренного сжатия, вместо 2-х – как изложено в нормативных документах, полностью охватывают весь спектр возможных случаев напряженно-деформированного предельного состояния элементов в зависимости от величины эксцентриситета e_0 продольной силы $N_{\max}$, когда напряжение в продольной арматуре площадью A_S в предельном состоянии элемента может иметь различные значения – от предельных напряжений растяжения, равных R_s, до предельных напряжений сжатия, равных R_{sc}.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Свод правил СП 63.13330.2012. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Актуализированная редак-*

ция СНиП 52-01-2003 / НИИЖБ им А.А. Гвоздева – Институт ОАО «НИЦ» Строительство». – М., 2012. – 147 с.

2. *Старишко И.Н. Совершенствование теории расчетов внецентренно сжатых железобетонных элементов путем совместного решения уравнений, отражающих их напряженно-деформированное состояние / И.Н. Старишко // Вестник гражданских инженеров. – 2012. – №5(34). – С. 72-81.*
3. *Пособие по проектированию бетонных и железобетонных конструкций из тяжелого бетона без предварительного напряжения арматуры (к СП 52-101-2003) / ЦНИИПромзданий, НИИЖБ. – М., 2005. – 214 с.*
4. *Свод правил СП 35.13330.2011. Мосты и трубы. Актуализированная редакция СНиП 2.05.03-84*/ ОАО «ЦНИИС». – М., 2011. – 346 с.*
5. *Старишко И.Н. Варианты и случаи, предлагаемые для расчетов внецентренно сжатых элементов / И.Н. Старишко // Бетон и железобетон. – 2012. – №3. – С. 14-20.*
6. *Старишко И.Н. Особенности предлагаемой методики расчета внецентренно сжатых железобетонных элементов с практическим решением задач / И.Н. Старишко // Бетон и железобетон. – 2012. – №4. – С. 9-14.*
7. *Старишко И.Н. Практическое решение задач по расчету несущей способности внецентренно сжатых железобетонных элементов / И.Н. Старишко // Вестник гражданских инженеров. – 2013. – №3(38). – С. 80-86.*
8. *Старишко И.Н. Расчет несущей способности внецентренно сжатых железобетонных элементов при различных значениях эксцентриситетов приложения продольных сил / И.Н. Старишко // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2015. – №5. – С. 21-33.*

L I T E R A T U R A

1. *Svod pravil SP 63.13330.2012. Betonnye i zhelezobetonnye konstrukcii. Osnovnye polozhenija. Aktualizirovannaja redakcija SNiP 52-01-2003/ NIIZhB im A.A. Gvozdeva – Institut OAO "NIC" Stroitel'stvo". – M., 2012. – 147 s.*
2. *Starishko I.N. Sovershenstvovanie teorii raschetov vnecentrenno szhatyh zhelezobetonnyh jelementov putem sovmestnogo reshenija uravnenij, otrazhajushhih ih naprjazhenno-deformirovannoe sos-*

tojanie / I.N. Starishko // Vestnik grazhdanskih inzhenerov. – 2012. – #5(34). – S. 72-81.

3. *Posobie po proektirovaniju betonnyh i zhelezobetonnyh konstrukcij iz tjazhelogo betona bez predvaritel'nogo naprjazhenija armatury (k SP 52-101-2003) / CNIIPromzdanij, NIIZhB. – M., 2005. – 214 s.*
4. *Svod pravil SP 35.13330.2011 Mosty i truby. Aktualizirovannaja redakcija SNiP 2.05.03-84*/ OAO "CNIIS". – M., 2011. – 346 s.*
5. *Starishko I.N. Varianty i sluchai, predlagaemye dlja raschetov vnecentrenno szhatyh jelementov / I.N. Starishko // Beton i zhelezobeton. – 2012. – #3. – S. 14-20.*
6. *Starishko I.N. Osobennosti predlagaemoj metodiki rascheta vnecentrenno szhatyh zhelezobetonnyh ehlementov s prakticheskim resheniem zadach / I.N. Starishko // Beton i zhelezobeton. – 2012. – №4. – S. 9-14.*
7. *Starishko I.N. Prakticheskoe reshenie zadach po raschetu nesushchej sposobnosti vnecentrenno szhatyh zhelezobetonnyh ehlementov / I.N. Starishko // Vestnik grazhdanskih inzhenerov. – 2013. – №3(38). – S. 80-86.*
8. *Starishko I.N. Raschet nesushchej sposobnosti vnecentrenno szhatyh zhelezobetonnyh ehlementov pri razlichnyh znacheniyah ehkscentrisitetov prilozheniya prodol'nyh sil / I.N. Starishko // Stroitel'naya mekhanika inzhenernyh konstrukcij i sooruzhenij. – 2015. – №5. – S. 21-33.*

.....

DISADVANTAGES OF THE CURRENT THEORY FOR BEARING CAPACITY CALCULATING OF ECCENTRICALLY COMPRESSED ELEMENTS AND SOME WAYS TO IMPROVE IT

Ph. D. (Tech.), Associated Professor ***I.N. Starishko***
(Vologda State Technical University)
Contact information: starishkoi@mail.ru

The article deals with the calculation results of eccentrically compressed elements in their limit state according to the bearing capacity taking into account all possible stresses in longitudinal reinforcement with the area A_s from R_s to R_{sc} caused by different values of eccentricity e of the longitudinal force N. The calculating method is based on simultaneous solution of the equilibrium equations of longitudinal forces and internal efforts, together with the equilibrium equations of bending moments in limit state based on strength of the normal sections.

Key words: *eccentrically compressed elements, equilibrium equations, bearing capacity, strain-stress state, eccentricity.*

Рецензенты: главный эксперт О.В. Скворцов,
канд. техн. наук В.А. Селиверстов (ФАУ «РОСДОРНИИ»).
Статья поступила в редакцию: 02.04.2015 г.