УДК 691.3:519.6

ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЦЕПТУР ТЯЖЕЛОГО БЕТОНА НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ПЛОТНОСТИ УПАКОВКИ

Канд. физ.-мат. наук **Р.О. Резаев,**
инженер **Н.А. Бородуля**
(Институт исследований твердого тела и материалов им. Лейбница (IFW), Дрезден),
инженер **А.А. Дмитриев**
(ООО «Инновационные композитные материалы),
канд. техн. наук **Б.П. Кутько**
(ФАУ «РОСДОРНИИ»)
Конт. информация: kutko@rosdornii.ru

В статье рассматривается метод оптимизации состава бетона на основе линейной теории плотности упаковки и толщины обмазки. Разработаны технологические основы оптимизации рецептур тяжелого бетона на основе теории плотности упаковки заполнителей с учетом стандартов Российской Федерации. Выведены основные математические соотношения, базирующиеся на методе абсолютных объемов, толщине обмазки и индексе компактности. Показаны основные элементы алгоритма для расчета плотности упаковки для комбинации заполнителей в любом соотношении и с произвольной гранулометрией. Теоретические результаты, полученные на основе данного алгоритма, дают хорошее совпадение с результатами экспериментов, проведенных в лабораторных условиях. В частности, показано, как регулировать подвижность бетонной смеси, используя толщину обмазки как технологический параметр.

Ключевые слова: *плотность упаковки, оптимизация рецептур бетонных смесей, толщина обмазки зерен, математическое моделирование.*

ВВЕДЕНИЕ

Разработка методов оптимизации состава бетона исходя из гранулометрии заполнителей имеет большую практическую и фундаментальную значимость. Для производственных площадок открываются перспективы создания технологий материалов с более экономичными показателями и, как правило, с улучшенными физико-механическими свойствами. С фундаментальной точки зрения большое значение имеет понимание причинно-следственных связей между свойствами исходных материалов и показателями тестов контроля качества: осадки конуса, индекса расслоения **[1-3]**, прочности на сжатие и т.д. На протяжении

всего цикла развития научных представлений о бетоне одна из основных гипотез заключалась в том, что гранулометрия заполнителей является ключевой характеристикой, определяющей свойства бетонной смеси. На первоначальном этапе развития теоретических подходов к проектированию составов бетона были предложены различные варианты «оптимальной» гранулометрии, которые с течением времени эволюционировали от модели «Аполлона» для плотности упаковки до учета сложного взаимодействия гранул между собой **[4]**.

В настоящее время необходимость учета гранулометрии при подборе состава бетона уже не вызывает сомнений у специалистов, однако сведение гранулометрии только к понятию плотности упаковки (пустотности) не отражает полноты взаимосвязи свойств бетонной смеси с характеристиками заполнителей. Не менее важной величиной, чем плотность упаковки, является площадь поверхности заполнителей, от которой зависит водопотребность бетонной смеси и расход цементной пасты на обволакивание зерен. Представляется целесообразным добавить в обсуждение текстуру поверхности и форму зерен, что однако не сделано по следующей причине. С точки зрения регулирования свойств бетонной смеси сразу после затворения, на практике чаще всего представляет интерес реология (косвенно определяемая по осадке стандартного конуса) и выявление прочностных показателей твердого бетона. Очевидно, что шероховатые, угловатые зерна заполнителя будут ухудшать подвижность и, скорее всего, улучшать прочностные характеристики ввиду лучшего сцепления с цементным камнем. Однако для чего необходима данная информация о текстуре и форме зерен, в случае наличия в конкретной производственной ситуации фиксированных заполнителей? Каким образом и в какую сторону изменять их соотношение в бетонной смеси для получения ожидаемого физико-механического эффекта? Очевидно, что мы не можем «варьировать» ни шероховатость, ни форму зерен, поскольку эти параметры скорее определяют «начало координат» для функциональной зависимости, например, осадки конуса от количества воды. Накопленный к настоящему времени экспериментальный объем знаний и актуальные теоретические исследования позволяют выделить основные физические параметры бетонной смеси, посредством которых можно регулировать её реологические свойства. К таким параметрам, на наш взгляд, следует отнести эффективную толщину обмазки зерен заполнителей цементной пастой и вязкость цементной пасты.

Выделение в явном виде двух параметров (толщины обмазки и вязкости) позволяет сделать простую и наглядную интерпретацию двух уровней бетонной смеси – микроскопического и мезоскопического. На микроскопическом уровне рассматривается цементная паста как резуль-

тат взаимодействия химических добавок, воды, частиц цемента и тонких фракций мелкого заполнителя, различных минеральных наполнителей (например, зол уноса), микрокремнезема и т.д. То есть все частицы, имеющие размер, меньший некоторого порогового значения (за которое можно взять условно 75 μm **[5]**), при затворении водой образуют эффективную сплошную среду, обладающую определенной вязкостью (эффекты тиксотропии на этапе затворения не играют роли, поэтому мы их не включаем). Плотность упаковки зерен цемента, наполнителей и тонкой фракции, а также удельная поверхность этих частиц при заданном расходе воды однозначно определяют значение вязкости цементной пасты, регулируемое химическими добавками. При этом считается, что для того, чтобы цементная паста имела подвижность, эквивалентную нормальной густоте цементного теста (в соответствии с ГОСТ 33174), необходимо, чтобы вода не только заполняла пустоты, но и образовывала некий излишек, по отношению к объему пустот, формируя как бы слой смазки между частицами, уменьшающий коэффициент трения.

На мезоскопическом уровне внутренняя структура цементной пасты может рассматриваться как сплошная среда, которая заполняет пустоты между зернами заполнителей, её излишек формирует эффективную толщину обмазки (обволакивание) вокруг этих зерен. Роль обмазки сводится к уменьшению коэффициента трения между зернами. Смесь цементной пасты и песка называется растворной составляющей и в том случае, когда размер зерен превышает 3-5 мм **[5]**, можно ввести также и макроскопический уровень, рассматривая растворную составляющую как сплошную среду с определенной вязкостью, однако, как показано в работе **[5]**, подвижность слабо зависит от соотношения между растворной составляющей и крупным заполнителем, при условии связности бетонной смеси. Что касается последнего факта, авторы данной статьи видят необходимость в проведении в будущем дополнительных исследований на эту тему.

Целью представленной ниже работы является описание модели плотности упаковки, метода расчета состава бетона на основе этой модели, а также экспериментальной проверки возможности регулирования подвижности бетонной смеси, используя толщину обмазки зерен и вязкости цементной пасты.

Модель плотности упаковки

Современное представление о сыпучих материалах базируется на важном понятии – компактность **[6]** или в обобщенной линейной модели плотности упаковки – Compressible Packing Model (CPM) – индекс компактности K. С понятием компактности тесно связано понятие виртуальной плотности упаковки – β. Соответственно, реальную плотность

упаковки будем обозначать α. Схематично эти идеи пояснены на **рис. 1**, на котором представлены два состояния сыпучего материала на примере зерен одного размера: предельно плотное состояние, как правило, недостижимое на практике, когда все зерна занимают положения, соответствующие минимально возможной пустотности, и рыхлонасыпное состояние (см. например, ГОСТ 8735-88 по определению насыпной плотности песка). Промежуточному состоянию между этими двумя соответствует виброуплотненное состояние заполнителя, например, в смесях жесткого бетона после вибропрессования. Плотность упаковки первого состояния имеет смысл отнести к виртуальной, так как на практике достичь его невозможно, при этом индекс компактности данного состояния можно ассоциировать с бесконечно большим значением: $K = \infty$. Плотность упаковки и, соответственно, индекс компактности рыхлонасыпного состояния (наименее плотное) в этом случае будут иметь наименьшие значения (далее будет описан алгоритм для расчета их численного значения).

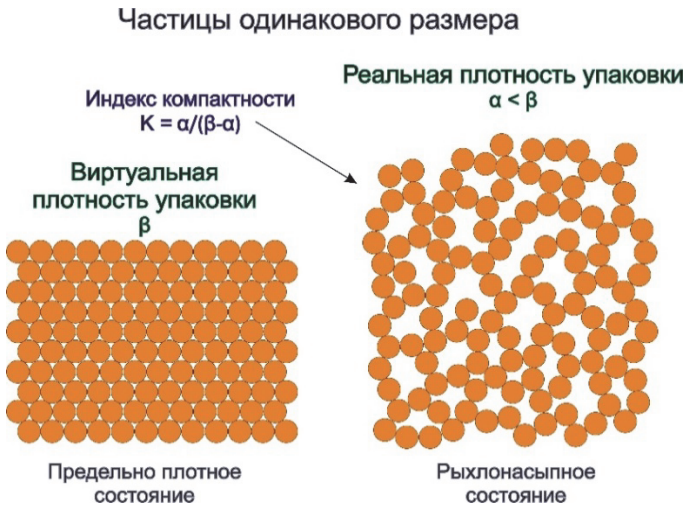

Рис. 1. Виртуальная и реальная плотность упаковки

Прежде чем приводить уравнения, описывающие модель СРМ, необходимо раскрыть следующее важное понятие – *коэффициенты взаимодействия частиц: раздвижка и разрыхление*. Физический смысл этих явлений удобно продемонстрировать на примере бидисперсной системы (**рис. 2**). Разрыхление мелкой фракции возникает в окрестности крупной частицы, когда она «встраивается» в матрицу из мелких зерен. В свою очередь, раздвижка возникает наоборот, когда зерно меньшего размера не помещается целиком в пустоты между крупными зернами, т.е. матрица из крупных зерен вынуждена будет «раздвинуться». В оте-

чественной периодической научной литературе эффекты раздвижки рассматриваются, например, в системах заполненно-раздвинутого типа **[7, 8]**. В зависимости от относительного соотношения диаметров мелких и крупных зерен $x = d_2/d_1$, где d_2 , d_1– диаметры мелких зерен и крупных зерен соответственно, геометрическое взаимодействие между частицами описывается с помощью двух специальных функций $a(x, \beta)$, $b\ (x, \beta)$, общий вид которых определен в работах **[9-11]** (в силу громоздкости этих выражений в данной статье они не приводятся), где β – виртуальная плотность упаковки. В качестве упрощения примем, что виртуальная плотность упаковки мелкой и крупной фракций в нашей модельной бидисперсной смеси одна и та же.

Рис. 2. Эффекты взаимодействия зерен на примере бинарной смеси: *раздвижка, описываемая с помощью функции a; разрыхление – функция b; критический диаметр мелкой фракции, начиная с которого раздвижка отсутствует, зависящий от формы зерен –* x_0

Последним понятием, необходимым для определения модели CPM, является *критический диаметр раздвижки* x_0. На **рис. 2** продемонстрирован физический смысл этой величины – это такое отношение диаметра мелкой фракции к диаметру крупной, начиная с которого мелкое зерно свободно умещается в пустотах между крупными. Этот параметр является эмпирической интегральной характеристикой, зависящей от формы и текстуры поверхности частиц, а также трения между ними, он входит в явный вид зависимости, определяющей функцию $a(x, \beta)$. В окончательном виде модель CPM для расчета плотности упаковки описывается выражением **[4]**:

$$K = \sum_{i=1}^{n} \frac{y_i/\beta_i}{1/\Phi - 1/\gamma_i}, \quad (1)$$

где

n – количество фракций в смеси;

i – номер конкретной частной фракции;

β_i – виртуальная плотность упаковки монодисперсной смеси (i-й фракции);

y_i – объемная доля i -й фракции;

γ_i – виртуальная плотность упаковки смеси при доминировании i -й фракции;

Φ – расчетная фактическая (реальная) плотность упаковки, которую и нужно определить;

K – индекс компактности.

Формула для расчета виртуальной плотности упаковки γ_i имеет следующий вид:

$$\frac{1}{\gamma_i} = \sum_{j=1}^{i-1} \left[1 - b_{ij}\left(1 - \frac{1}{\beta_j}\right)\right] y_j - \sum_{j=i+1}^{n} \frac{a_{ij}}{\beta_j} y_j + \frac{y_i}{\beta_i}, \quad (2)$$

где

a_{ij}, b_{ij} – специальные функции, упомянутые выше, описывающие эффекты раздвижки и разрыхления **[4]**.

Решая уравнения **(1)**, **(2)** относительно неизвестной Φ, мы получаем в результате искомую плотность упаковки для системы из произвольного количества фракций, с произвольным количеством исходных материалов смеси. Однако для того, чтобы однозначно решить эти уравнения необходимо корректно определить параметры самой модели – K, β – индекс компактности и виртуальную плотность упаковки каждого из материалов (точнее каждой фракции), входящих в смесь. Критический диаметр x_0 мы задаем в зависимости от формы зерен.

Алгоритм определения параметров модели CPM

Авторами данной статьи предлагается однозначный алгоритм калибровки модели CPM, применимый для любого сыпучего материала, используя экспериментальные данные по насыпной и истинной плотностях. Алгоритм в самосогласованном режиме позволяет определить все параметры модели, исключая ситуацию вольной интерпретации полученных расчетных результатов **[4]**. Процедура определения параметров модели обычно называется её калибровкой, и мы также будем следовать стандартной принятой терминологии. Главная идея алгоритма состоит в том, чтобы однозначно сопоставить любой многокомпонентный мате-

риал и эквивалентный набор модельных бидисперсных материалов с определенными коэффициентами взаимодействия и единой виртуальной плотностью упаковки. Основной задачей при такой постановке проблемы будет обеспечение сходимости параметров модели CPM. Общая схема расчета с гарантированной сходимостью параметров представлена на **рис. 3** и состоит из следующих этапов:

1. анализ фракционного состава исходного материала, определение его насыпной и истинной плотностей. Если необходимо оптимизировать не рыхлонасыпное состояние (что, как правило, и встречается на практике), то соответствующая этому состоянию плотность упаковки рассчитывается по формуле $\alpha_K = \alpha_{exp} = \kappa\alpha_0$, где α_0 – плотность упаковки рыхлонасыпного состояния; $\alpha_0 = \rho_{\text{нас}}/\rho_{\text{ист}}$, где $\rho_{\text{нас}}$, $\rho_{\text{ист}}$ – насыпная и истинная плотности; κ – коэффициент относительного уплотнения. Последний для виброуплотненного состояния без пригруза в среднем равен 1,10 – 1,14, с пригрузом 1,15 – 1,20;

2. назначение на первой итерации минимального значения индекса компактности $K_0 = 1{,}0$, далее номер итерации будет обозначаться символом n, и назначение также шага приращения индекса компактности ΔK (например, 0,001);

3. расчет виртуальной плотности упаковки эквивалентной монодисперсной системы:

$$\beta_n = \frac{\alpha_K(1 + K_n)}{K_n} \ ,$$

где

K_n – текущее значение индекса компактности.

4. расчет виртуальной плотности упаковки эквивалентной бидисперсной системы:

$$\beta^{(2)} = \beta_{min}^{(2)} + \eta\beta_n \ ,$$

где

$\beta_{min}^{(2)}$ = 0,65 – минимальное значение виртуальной плотности упаковки бидисперсной системы **[9]**;

η = (0,734-0,65)/(1.0) = 0,181 – коэффициент перехода от монодисперсной к бидисперсной системе; 0,734 – максимальная виртуальная плотность упаковки бидисперсной системы **[9]**; 1,0 – соответственно монодисперсной.

5. используя эквивалентную бидисперсную модель, расчет коэффициентов взаимодействия всех фракций между собой, входящих в исходную полидисперсную систему; при этом виртуальная плотность упаковки $\beta^{(2)}$ является единой для всех фракций; x_0 – параметр, задаваемый исходя из геометрических характеристик зерен, например, для сферических частиц x_0 = 0.2 [**9**]; для песка/щебня с зернами окатанной формы x_0 = 0,05 – 0,10; для частиц угловатой формы x_0 = 0,01-0,05;

6. для установленного набора фракций, виртуальной плотности упаковки $\beta^{(2)}$ и текущего значения индекса компактности K_n расчет теоретического значения плотности упаковки $\alpha_{\text{теор}}$ и сравнение со значением α_K, определенным в п. 1. Если теоретическое и экспериментальное значения отличаются не более чем на величину погрешности ε (например, $\varepsilon = 0{,}002$), то считаем, что модель CPM для расчета плотности упаковки откалибрована (т.е. её параметры «настроены» в соответствии с данным материалом) для работы с конкретным материалом.

7. если значения отличаются на величину больше, чем ε, то необходим поиск других значений индекса компактности K_n и виртуальной плотности упаковки $\beta^{(2)}$. В этом случае, следующий алгоритмический шаг идет в **п. 3**, в котором новое текущее значение индекса компактности K рассчитывается по формуле $K = K_{n+1} = K_n + \Delta K$, n – номер итерации, и далее цикл повторяется до тех пор, пока теоретическая и экспериментальные плотности упаковки не будут отличаться на величину, не превышающую ε. Можно математически строго показать, что данный алгоритм всегда будет сходиться к конечным значениям, т.е. модель всегда будет откалибрована.

Применяя данный алгоритм для всех материалов, которые планируется использовать в смеси, для каждого материала получают свои параметры – K, β. Параметры модели для смесей из этих материалов определяются в результате *взвешенного усреднения параметров для каждого материала*. Весовой коэффициент r_i равен массовой доле материала в исходной смеси.

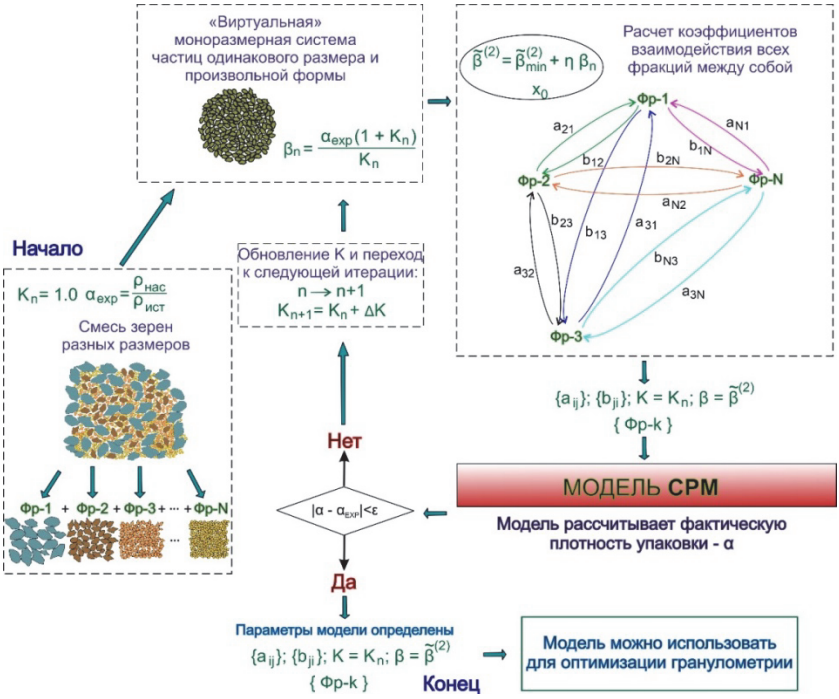

Рис. 3. Алгоритм определения параметров модели СРМ – калибровка для применения к конкретным материалам, имеющим фракции Фр-1 – Фр-N, насыпную и истинную плотности $\rho_{нас}, \rho_{ист}$

Расчетно-экспериментальный способ определения состава бетона и контроля свойств бетонной смеси

Используя математический аппарат расчета плотности упаковки смеси сыпучих материалов – крупного заполнителя (гравий/щебень) и мелкого заполнителя (отсев и песок), можно предложить расчетно-экспериментальную методику определения состава бетона, позволяющую эффективно использовать гранулометрию заполнителей, как технологический параметр, регулирующий свойства бетонной смеси. С этой целью необходимо произвольную бетонную смесь представить в виде двух составляющих: цементная паста + заполнители. К заполнителям будем относить все частицы, имеющие размер больше чем 75 μm. Это значение весьма условно, однако имеются экспериментальные работы **[5]**, в которых показано, что начиная примерно с этого значения размеров частиц и далее при его уменьшении, большую роль играют взаимодействия, определяемые поверхностными силами (Ван-дер-Ваальса и др.).

Кроме того, взаимодействуя с водой, мелкие частицы образуют с ней единый конгломерат. Для более крупных частиц главным фактором, определяющим их взаимодействие, является сила трения между ними, зависящая от контакта зерен. В вышерассмотренной модели для расчета плотности упаковки трение между зернами учитывается через интегральный показатель – индекс компактности, а геометрическое взаимодействие сводится к определению коэффициентов раздвижки и разрыхления. Цементная паста аккумулирует в себе все частицы размером меньше 75 μm: зерна цемента, очень мелкие фракции песка, частицы глины, микронаполнители, золы уноса, химические добавки и т.д. Кроме перечисленного к уровню цементной пасты также будем относить «частицы» воздуха – случайно или целенаправленно сформированные включения воздушных пузырьков произвольного размера. Для описания реологических свойств бетонной смеси (удобоукладываемость, осадка конуса и т.д.) в рамках предлагаемого подхода достаточно знать значение вязкости цементной пасты, которое будет отражать интегрально всю сложную картину взаимодействия химических добавок, воды, воздуха и микро-, наноразмерных частиц твердой фазы.

Таким образом, проектирование состава бетона сводится к двум отдельным задачам: проектирование цементной пасты с заданной вязкостью и прочностью цементного камня (и другими физико-механическими свойствами) и подбор оптимального соотношения заполнителей. Задача проектирования свойств цементного камня больше относится к физико-химической области знаний, чем к теории плотности упаковки, поэтому будем оперировать таким параметром, как объем цементной пасты, не вдаваясь излишне в её структуру. В зависимости от постановки задачи этот объем либо нужно будет найти при заданном расходе заполнителей на 1 кубометр смеси, либо он будет входным параметром, также требуется найти расход заполнителей и их соответствующую гранулометрию.

Прежде чем выписать необходимые уравнения для расчета расхода материалов, определим математически эффективную толщину обмазки зерен заполнителей. Будем считать её как количество цементной пасты за вычетом объема пустот, отнесенное к единице площади поверхности зерен заполнителей **(3)**:

$$h = \frac{V_{\text{ЦП}} - V_{\text{ПУСТ}}}{S} \ . \qquad \textbf{(3)}$$

Толщина обмазки, как важный технологический параметр, определяющий свойства бетонной смеси, вводился и рассматривался ранее и в СССР, и за рубежом в большом количестве работ. Современные ис-

следователи снова обратили внимание на этот параметр **[12]**, поскольку его введение в метод расчета позволяет проводить наглядную физическую интерпретацию и управлять механизмом реологических свойств бетонных смесей. Описанное представление структуры бетонной смеси качественно представлено на **рис. 4**.

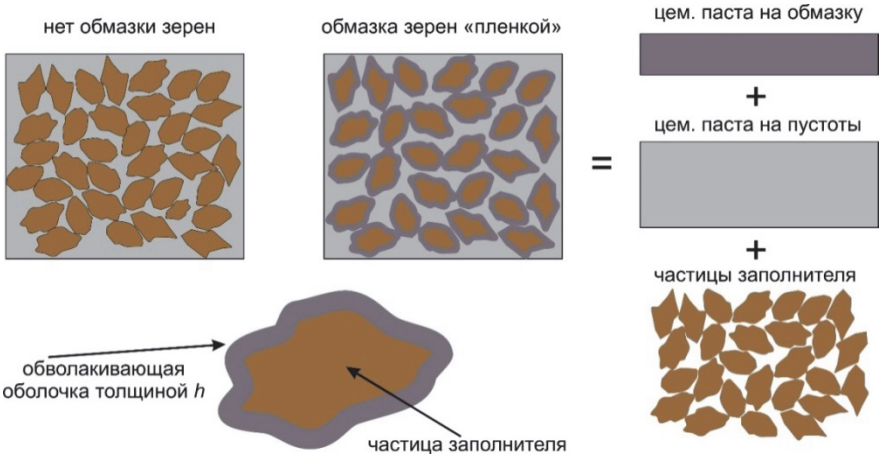

Рис. 4. Схематичное представление бетонной смеси в виде зерен заполнителей, объема цементной пасты, идущей на заполнение пустот, и объема цементной пасты, идущей на обволакивание зерен «пленкой» с некоторой эффективной толщиной h

В соответствии с идеями, проиллюстрированными на **рис. 4,** и методом абсолютных объемов, имеем следующую простую алгебраическую систему уравнений, описывающих расход материалов на 1 кубический метр бетонной смеси **(4-9)**:

$$1 = V_{\text{З}}^{\text{ТВ}} + V_{\text{ЦП}}^{\text{ПУСТ}} + V_{\text{ЦП}}^{\text{ПЛ}}; \tag{4}$$

$$V_{\text{З}}^{\text{ТВ}} = \frac{m_1}{\rho_1^{\text{И}}} + \frac{m_2}{\rho_2^{\text{И}}} + \cdots + \frac{m_n}{\rho_n^{\text{И}}}; \tag{5}$$

$$V_{\text{ЦП}}^{\text{ПУСТ}} = \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} V_{\text{З}}^{\text{ТВ}}, \qquad \varepsilon = \frac{V_{\text{ПУСТ}}}{V_{\text{ПОЛН}}}; \tag{6}$$

$$V_{\text{ЦП}}^{\text{ПЛ}} = hS_{\text{уд}}M, \quad M = m_1 + m_2 + \cdots + m_n; \tag{7}$$

$$V_{\text{ЦП}} = V_{\text{ЦП}}^{\text{ПУСТ}} + V_{\text{ЦП}}^{\text{ПЛ}} = \text{Ц}\left(w + \frac{1}{\rho_{\text{ц}}^{\text{И}}}\right); \tag{8}$$

$$r_1 = \frac{m_1}{M};\ r_2 = \frac{m_2}{M};\ \cdots;\ r_n = \frac{m_n}{M}\ , \qquad (9)$$

где

$V_{з}^{ТВ}$ – объем твердого вещества всех зерен заполнителей;

$V_{ЦП}^{ПУСТ}$ – объем цементной пасты, заполняющей пустоты в заполнителе;

$V_{ЦП}^{ПЛ}$ – объем цементной пасты, обволакивающей зерна заполнителей;

m_i – расход i-го заполнителя на 1 метр кубический бетонной смеси;

$\rho_i^{И}$ – истинная плотность зерен i-го заполнителя;

$V_{ПУСТ}$ – объем пустот;

$V_{ПОЛН}$ – полный объем, занимаемый смесью заполнителей;

h – эффективная толщина пленки, обволакивающей зерна заполнителей;

$S_{уд}$ – величина удельной площади поверхности смеси заполнителей;

$\rho_{ц}^{И}$ – истинная плотность цемента;

r_i – массовая доля i-го заполнителя;

w – истинное (с учетом влажности заполнителей) водоцементное отношение.

В зависимости от поставленной задачи систему уравнений (**4-9**) можно решать для определения различных параметров. Например, задавая водоцементное отношение w, массовые доли r_i каждого заполнителя и толщину обмазки h, можно определить расход всех компонентов, входящих в смесь. Или, наоборот, задавая расход компонентов, можно определить толщину обмазки h, и далее использовать её как ориентир для последующих расчетов, соответственно, увеличивая (если нужно получить более подвижную смесь) или уменьшая её. В следующем разделе рассмотрим практический пример, для которого была применена данная схема работы с бетонной смесью.

Практический пример контроля подвижности бетонной смеси на основе толщины обмазки

Для экспериментальной проверки выводов, следующих из решения системы уравнений (**4-9**) с учетом модели плотности упаковки, мы использовали два вида крупных заполнителей – гладкие окатанные зерна гравия и более угловатые зерна щебня. Песок для всех бетонных смесей не изменялся. Гранулометрия заполнителей представлена в **табл. 1**. Во всех рецептурах использовался пластификатор в количестве 0,15 % от массы цемента.

Таблица 1

Гранулометрический состав заполнителей (частные остатки на ситах, %)

Заполнитель	*20 мм*	*15 мм*	*10 мм*	*5 мм*	*2,5 мм*	*1,25 мм*	*0,63 мм*	*0,315 мм*	*0,16 мм*	*Дно*	$\rho_И$, кг/м^3	$\rho_Н$, кг/м^3
Щебень	10,8	41,3	34,9	12,6	0	0	0	0	0	0,3	2700	1430
Гравий	11	34	30	17	0	0	0	0	0	8	2680	1500
Песок	0	0	1,9	7,0	3,5	5,8	20,4	34,6	20,3	6,5	2680	1460

Для контроля осадки конуса через толщину обволакивания зерен заполнителей цементной пастой мы должны задать какое-то начальное значение этой толщины. Для товарных бетонов можно взять, например, $h_0 \sim 10\ \mu m$ **[3]** (для песчаного бетона $h_0 \sim 5\ \mu m$ **[12]**). Далее нужно задать соотношение заполнителей r (например, возьмем 0,45) и водоцементное отношение w (например, возьмем 0,45). Рассмотрим бетонную смесь с крупным заполнителем – гравием.

Первым шагом необходимо рассчитать плотность упаковки (или, что то же самое, пустотность) и удельную поверхность смеси песка и гравия при массовой доле песка r = 0,45. Расчет выполнен, используя алгоритм, представленный схемой на **рис. 3**, и реализованный в программном комплексе *T-sim* **[13]** при заданных коэффициенте относительного уплотнения K = 1,12 и критическом диаметре раздвижки $x_0 = 0{,}05$. Результаты расчета дают для значения пустотности – 25,79 % и площадь поверхности заполнителей – 4155 м^2/м^3. Подставляя эти значения в систему уравнений (**4-9**), а также толщину обмазки $h \sim 10\ \mu m$ и водоцементное отношение $w = 0{,}45$, находим расход материалов на 1 метр кубический бетонной смеси: песок – 852 кг; гравий – 1042 кг; цемент – 380 кг; вода – 171 л. Результаты экспериментальной проверки осадки конуса дают значение ОК = 4 – 5 см.

Далее проверили гипотезу можно ли регулировать осадку конуса (ОК) в заданном направлении, если задать другие значения толщины обмазки h (увеличивая), водоцементного отношения w и соотношения песка и гравия. Результаты экспериментов на гравии представлены в **табл. 2**.

Таблица 2

Контроль осадки конуса бетонной смеси на гравии

№	Гравий, кг	Песок, кг	Цемент, кг	Вода, л	h, μm	ОК, см	w	r
1	1042	852	380	171	10	4-5	0,45	0,45
2	1084	801	315	196	14	8-10	0,62	0,425
3	1002	820	355	206	22	20-22	0,58	0,45

Далее мы повторили схему, сменив крупный заполнитель на щебень, состоящий из угловатых зерен, при этом мы зафиксировали соотношение заполнителей $r = 0{,}4$ и водоцементное отношение $w = 0{,}62$. Поскольку зерна имеют угловатую форму, критический диаметр раздвижки мы уменьшили до величины $x_0 = 0{,}02$, коэффициент относительного уплотнения оставили без изменения $K = 1{,}12$. С учетом формы заполнителей для увеличения осадки конуса следует ожидать большего увеличения толщины обволакивания, поэтому увеличили толщину обмазки до 16; 24 и 32 μm, соответственно. Результаты представлены в **табл. 3**.

Таблица 3

Контроль осадки конуса бетонной смеси на щебне

№	Щебень, кг	Песок, кг	Цемент, кг	Вода, л	h, μm	ОК, см	w	r
4	1108	739	330	205	16	8	0,62	0,40
5	1078	719	350	217	24	14	0,62	0,40
6	1048	699	370	229	32	18	0,62	0,40

Результаты измерения осадки конуса на гравии и щебне показывают неплохую её корреляцию с толщиной обмазки цементной пастой зерен заполнителя. Однако уместно поставить вопрос, не является ли увеличение осадки конуса следствием просто большего расхода воды, поскольку во многих литературных источниках указывается, что именно содержание воды в бетонной смеси однозначно определяет её подвижность. Для разрешения этой проблемы авторами была проведена серия вспомогательных экспериментов на гравии с добавлением золы уноса, в ходе которой было установлено, что даже несмотря на постоянное количество воды, осадку конуса можно изменять в более чем 10 раз, варьируя эффективную вязкость цементной пасты (**табл. 4**). При

этом увеличение воды почти на 20 л в рецептуре **11** не привело к росту осадки конуса относительно рецептуры **7**.

Таблица 4

Зависимость осадки конуса от эффективной вязкости цементной пасты

№	Гравий, кг	Песок, кг	Цемент, кг	Вода, л	Зола уноса, кг	ОК, см	w (В/Ц)	r
7	1042	852	380	171	0	4-5	0,45	0,45
8	1042	852	270	171	87	2-3	0,63	0,45
9	1042	852	220	171	127	8-10	0,78	0,45
10	1042	852	170	171	166	14-16	1,00	0,45
11	1000	721	304	189	175	2-3	0,62	0,42

Рассмотрим результаты, приведенные в **табл. 4**, с физической точки зрения. Средний размер частиц золы уноса, которую мы использовали, примерно равен 45-55 μm, в то время как средний размер частиц цемента – 15-30 μm. Абсолютный объем смеси *цемент+зола уноса+вода* в рецептурах **7-10** не менялся и был равен примерно 293 л/м^3. Почему же осадка конуса изменилась почти в 10 раз? Заметим, что расход песка и гравия в рецептурах **7-10** оставался неизменным. Разумным является предположение, что при замене некоторого объема цемента эквивалентным объемом частицами золы изменяется только площадь поверхности твердой фазы, а, следовательно, изменяется вязкость системы *цемент+зола уноса+вода*. При уменьшении площади поверхности твердой фазы, вязкость также уменьшается, так как воды, не связанной с твердой поверхностью, становится больше. По мнению авторов данной статьи, хорошим подтверждением этой гипотезы является пример рецептуры **11**, когда увеличили долю цемента в этой рецептуре (расход цемента стал равен 304 кг/м^3) и незначительно повысили количество золы уноса (до 175 кг/м^3). При содержании воды 189 л/м^3 осадка конуса резко уменьшилась относительно рецептуры **10** (с 14-16 до 2-3 см). Такое уменьшение можно объяснить тем, что вязкость цементной пасты в рецептуре **11** возросла по сравнению с рецептурой **10**.

Заключение

Результаты экспериментов, представленные в **табл. 2-4**, позволяют предположить, что для описания характера поведения подвижности бетонной смеси необходимо, как минимум, выделить очевидно два фактора – толщину обмазки зерен заполнителей цементной пастой и вязкость цементной пасты, зависящую от гранулометрии цемента,

наличия мелкодисперсных частиц (глина, различные наполнители и т.д.), химических добавок и т.д. В настоящее время не представляется возможным дать однозначный ответ на вопрос: являются ли эти факторы достаточными для полноты описания подвижности бетонной смеси, выраженной в единицах осадки конуса. Чтобы ответить на этот вопрос, необходимо провести ряд дополнительных исследований, в частности, выяснить, какую роль играет соотношение между крупным заполнителем и объемом растворной составляющей. Тем не менее, для практических приложений выделение двух факторов уже сейчас дает хорошие предпосылки для оптимизации производственных составов. При этом следует иметь в виду, что авторами в явном виде не учитывалась водопотребность песка, поскольку его количество во всех составах было примерно одинаковым, однако в многокомпонентных составах, когда используют помимо песка и крупного заполнителя также отсевы и обогащенные пески, вопросы, относительно того, что часть воды связывается поверхностью песка и перестает участвовать в формировании подвижности, необходимо включить в разрабатываемую схему оптимизации. В рамках представленной работы этот вопрос не изучался, что может быть предметом дальнейших исследований.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Баженов Ю.М. Технология бетона / Ю.М. Баженов. – М.: Высшая школа, 1987. – 415 с.*
2. *Дворкин Л.И. Оптимальное проектирование составов бетона / Л.И. Дворкин. – Львов: Вища школа, 1981. – 159 с.*
3. *Ахвердов И.Н. Основы физики бетона / И.Н. Ахвердов. – М.: Стройиздат, 1981. – 464 с.*
4. *De Larrard F. Concrete mixture proportioning. A scientific approach / F. De Larrard // London and New York, 1998. – P. 448.*
5. *Kwan A.K.H. Combined effect of water film thickness and paste film thickness on rheology of mortar/ A.K.H. Kwan, L.G. Li // Materials and Structures. – 2012. – Vol. 45. – No 1. – P. 1359-1374.*
6. *Baule A. Edwards statistical mechanics for jammed granular matter / A. Baule, F. Morone, H.J. Herrmann, H.A. Makse // Reviews of modern physics. – 2018. – Vol. 90. – No 1. – P. 015006-015064.*
7. *Белов В.В. Компьютерное моделирование и оптимизирование составов строительных композитов: монография / В.В. Белов, И.В. Образцов. – Тверь: ТвГТУ, 2014. – 124 с.*
8. *Белов В.В. Теоретическое обоснование оптимальных зерновых составов композиционных материалов с минеральными наполнителями / В.В. Белов, П.В. Куляев // Строительство и реконструкция. – 2017. – № 5(73). – С. 94-101.*

9. *Roquier G. The 4-parameter Compressible Packing Model (CPM) including a new theory about wall effect and loosening effect for spheres / G. Roquier // Powder Technology. – 2016. – Vol. 302. – No 1. – P. 247-253.*
10. *Stovall T. Linear packing density model of grain mixtures / T. Stovall, F. De Larrard, M. Buil // Powder Technology, 1986. – Vol. 48. – No 1. – P. 1-12.*
11. *Cundall P. A discrete numerical model for granular assemblies / P. Cundall // Geotechnique. – 1979. – Vol. 29. – № 1. – P.47-65.*
12. *Львович К.И. Песчаный бетон и его применение в строительстве / К.И. Львович // Спб: Строй-Бетон, 2007. – С. 320.*
13. *Программное обеспечение для проектирования состава бетона. – Электрон. данные. – URL: https://t-sim.ru (дата обращения: 05.11.19).*

L I T E R A T U R A

1. *Bazhenov Yu.M. Tekhnologiya betona / Yu.M. Bazhenov. - M.: Vysshaya shkola, 1987. – 415 s.*
2. *Dvorkin L.I. Optimal'noe proektirovanie sostavov betona / L.I. Dvorkin. – L'vov: Vishcha shkola, 1981. – 159 s.*
3. *Ahverdov I.N. Osnovy fiziki betona / I.N. Ahverdov. – M.: Strojizdat, 1981. – 464 s.*
4. *De Larrard F. Concrete mixture proportioning. A scientific approach / F. De Larrard // London and New York, 1998. – P. 448.*
5. *Kwan A.K.H. Combined effect of water film thickness and paste film thickness on rheology of mortar/ A.K.H. Kwan, L.G. Li // Materials and Structures. – 2012. – Vol. 45. – No 1. – P. 1359-1374.*
6. *Baule A. Edwards statistical mechanics for jammed granular matter / A. Baule, F. Morone, H.J. Herrmann, H.A. Makse // Reviews of modern physics. – 2018. – Vol. 90. – No 1. – P. 015006-015064.*
7. *Belov V.V. Komp'yuternoe modelirovanie i optimizirovanie sostavov stroitel'nyh kompozitov: monografiya / V.V. Belov, I.V. Obrazcov. – Tver': TvGTU, 2014. – 124 s.*
8. *Belov V.V. Teoreticheskoe obosnovanie optimal'nyh zernovyh sostavov kompoziconnyh materialov s mineral'nymi napolnitelyami / V.V. Belov, P.V. Kulyaev // Stroitel'stvo i rekonstrukciya. – 2017. – № 5(73). – S. 94-101.*
9. *Roquier G. The 4-parameter Compressible Packing Model (CPM) including a new theory about wall effect and loosening effect for spheres / G. Roquier // Powder Technology, 2016. – Vol. 302. – No 1. – P. 247-253.*

10. *Stovall T. Linear packing density model of grain mixtures / T. Stovall, F. De Larrard, M. Buil // Powder Technology. – 1986. – Vol. 48. – No 1. – P. 1-12.*
11. *Cundall P. A discrete numerical model for granular assemblies / P. Cundall // Geotechnique. – 1979. – Vol. 29. – No 1. – P.47-65.*
12. *L'vovich K.I. Peschanyj beton i ego primenenie v stroitel'stve / K.I. L'vovich // Spb: Stroj Beton, 2007. – S. 320.*
13. *Programmnoe obespechenie dlya proektirovaniya sostava betona. – Elektron. dannye. – URL: https://t-sim.ru (data obrashcheniya: 05.11.19).*

……

HEAVY CONCRETE RECIPES OPTIMIZATION BASED ON THE THEORY OF PACKAGING DENSITY

Ph. D. (Physics and Mathematics) ***R.O. Rezaev,***
Engineer ***N.A. Borodulya***
(The Leibniz Institute for Solid State and Materials Research Dresden),
Engineer ***A.A. Dmitriev***
(OOO «Innovacionnye kompozitnye materialy»),
Ph. D. (Tech.) ***B.P. Kutko***
(FAI «ROSDORNII»)
Contact information: kutko@rosdornii.ru

A method of concrete mix optimization based on the linear theory of packaging density and coating thickness is proposed. The technological basis of heavy concrete recipes optimization based on the theory of packaging density of aggregates was developed in compliance with the standards of the Russian Federation. The basic mathematics are derived based on the absolute volume method, coating thickness and compactness index. The basic algorithm elements for calculating packaging density for a combination of aggregates in any ratio and random granulometry are shown. Theoretical results obtained on the basis of this algorithm constitute a match to the results of experiments conducted in laboratory conditions. In particular, it is shown how to regulate the consistency of concrete mix using the coating thickness as a technological parameter.

Key words: *packaging density, optimization of concrete mixes recipes, grain coating thickness, mathematical modeling.*

Рецензент: д-р техн. наук А.В. Кочетков (ФАУ «РОСДОРНИИ»).
Статья поступила в редакцию: 28.10.2019 г.