

Погрешности, возникающие при расчёте дорожных одежд с помощью метода конечных элементов¹

Мерзликин А.Е. (ФГУП «РОСДОРНИИ», заведующий лабораторией, канд. техн. наук), Капустников Н.В. (студент МАДИ ТУ)

Введение

Применение метода конечных элементов (далее - МКЭ) к расчету дорожных одежд – весьма перспективное направление. Этот метод позволяет принять во внимание зависимость механических характеристик материала от напряжений: увеличение модуля щебня с ростом всестороннего давления и уменьшение модуля связного грунта с ростом девиатора напряжений. МКЭ дает возможность прогнозировать развитие трещин в процессе службы покрытия; отобразить особенности распределения давления, приложенного к покрытию, в зависимости от типа протектора шины и получать другие практически важные результаты для задач, аналитическое решение которых не известно. На первом этапе решения этих задач МКЭ требуется смоделировать слоистое полупространство. В качестве геометрической модели полупространства обычно принимают прямую призму или цилиндр с некоторой высотой и ограниченными размерами в плане. При этом боковые поверхности и подошва модели могут иметь несколько степеней свободы (жёсткая заделка, свободное вертикальное перемещение и т.п.).

В настоящей работе представлено исследование погрешности² МКЭ при оценке напряжённо-деформированного состояния (далее - НДС) модели упругого слоистого полупространства, имеющего вид цилиндра равномерно нагруженного единичной нормальной нагрузкой по площади круга. Исследование проведено в классическом интерфейсе программного комплекса ANSYS версии 11. Конечно-элементную сетку генерировали равномерную по всему объёму модели (на первом этапе без сгущений, а затем со сгущениями) на базе трёхмерного кубического элемента Solid186 с 20 узлами, который способен моделировать механические свойства широкого диапазона материалов (упругость, пластичность, вязкоупругость и

¹ Статья опубликована в журнале Строительные материалы, №10, 2010.- с. 26-28

² Погрешность - разность $x-a$, где a - данное число, которое рассматривается как приближенное значение некоторой величины, точное значение которой равно x . Разность $x-a$ называется также абсолютной погрешностью. Отношение $x-a$ к a называется относительной погрешностью числа a .

т.п.). В качестве точных значений напряжений и перемещений использовали значения, полученные с помощью компьютерной программы АЛГОФОРТ, реализующей строгое решение задачи теории упругости о НДС многослойного полупространства при нормальной нагрузке А.К.Приварникова [1].

Однородное полупространство

На начальном этапе исследования НДС с целью оценить влияние слоистости модели полупространства на её рациональные геометрические размеры рассмотрели модель однородного полупространства. Механические характеристики материала модели назначили следующими: модуль упругости -100 МПа, а коэффициент Пуассона - 0,35. Геометрические размеры модели цилиндрической формы изменяли в следующих диапазонах: диаметр (D) – от 1,5 м до 20,0 м, высоту (H) – от 1,5 м до 3,0 м. Узлы КЭ на подошве модели ограничили в перемещении по 3 осям (x, y, z), а на образующей поверхности ограничили только по осям x и y . Размеры рёбер КЭ (l) варьировали в диапазоне от 0,06 м до 0,18 м. Нагрузку приложили на оси симметрии модели равномерно по площади круга, имеющего диаметр $d = 0,36$ м, с интенсивностью $q = 1$ МПа. Для оценки погрешности НДС модели однородного полупространства, определяемого с помощью МКЭ, выбрали 9 точек, расположение и координаты которых показаны на рис.1.

При анализе НДС полупространства представительными считали следующие компоненты: вертикальные (σ_z) и горизонтальные (σ_x) нормальные напряжения в точках 1, 5, 6, 7, 8, 9 и вертикальные перемещения (U_z) в точках 1, 2, 3, 4.

Численные эксперименты показали, что варьирование геометрическими размерами модели и КЭ оказывает существенное влияние на погрешности компонентов НДС.

Относительная погрешность σ_z и U_z точек, принадлежащих оси симметрии модели $D = 1,5...5,0$ м и $H = 1,5...3,0$ м при длине ребра КЭ равной 0,06 м, практически всегда нарастает с увеличением глубины их расположения. Нарастание относительной погрешности уменьшается с увеличением высоты модели. При высоте модели $H = 3$ м увеличение диаметра модели от 1,5 5,0

м относительная погрешность σ_z и U_z точек на всех глубинах интенсивно уменьшается. При этом наилучшее соотношение высоты и диаметра модели

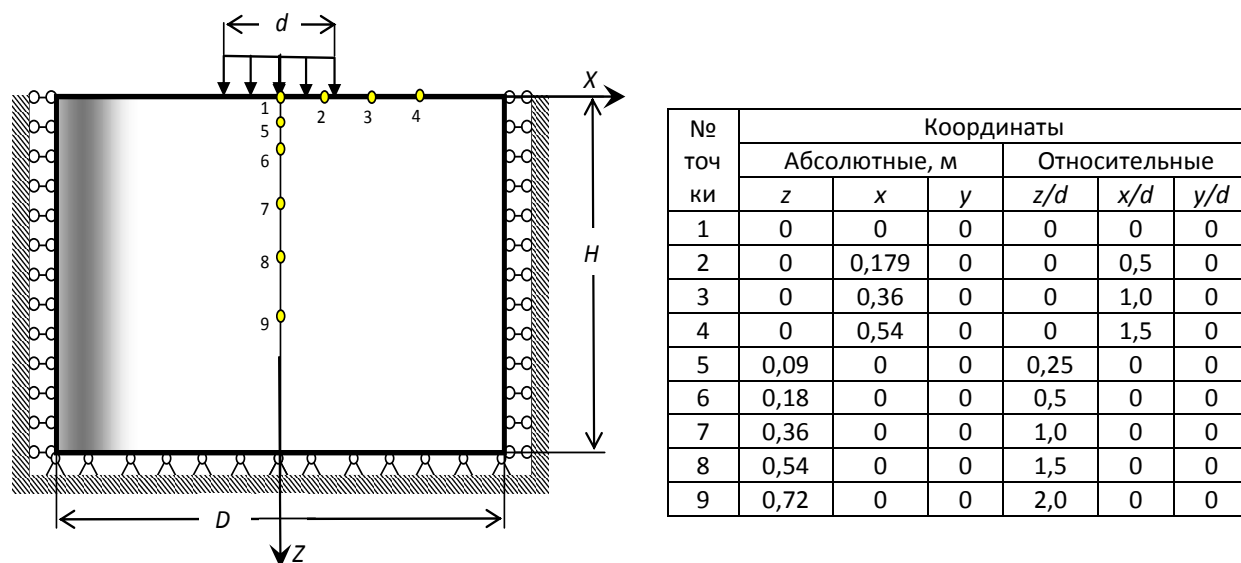


Рис. 1. Модель однородного полупространства и координаты точек

различно для σ_z и U_z : относительная погрешность σ_z равная 0...-1% наблюдается при $H/D = 3$ м / 3 м (далее - $H/D = 3/3$), относительная погрешность U_z равная +1...+3% наблюдается при $H/D = 3/2$. Влияние размера КЭ на погрешности при определении σ_z и U_z представлены в табл.1.

При $H/D = 3/2$ относительная погрешность U_z точек, принадлежащих верхней поверхности модели (точки 1-4), имеет значения -1...+2% . Изменение диаметра от 1,5 до 5 м модели высотой 3 м приводит к изменению знака погрешности U_z поверхностных точек от "плюса" к "минусу", т. е. при малых диаметрах модели конечно-элементное вертикальное перемещение завышено, а при больших диаметрах - занижено.

При неизменных геометрических размерах модели, например, когда $H/D = 3/3$, представляет интерес изменение погрешности U_z , σ_z и σ_x точек на оси симметрии модели при увеличении глубины их залегания.

Для наглядности на рис. 2 показано как выглядят функции $U_z(z)$, $\sigma_z(z)$ и $\sigma_x(z)$ при точной постановке задачи для однородного полупространства (решение А.К.Приварникова) и график изменения соответствующих погрешностей, если

длина ребра КЭ равна $l = 0,06$ м при равномерном их распределении (без сгущений) во всём массиве модели.

Таблица 1. Влияние размера КЭ на погрешности компонентов НДС

Размеры модели H/D , м	Относительная погрешность компонентов НДС в точках 1 и 5-9 при длине ребра КЭ		
	0,06 м	0,12 м	0,18 м
σ_z			
3/2	0...-5	+1...-5	-2...-37
3/3	0...-1	+1...-5	-3...-37
U_z			
3/2	+1...+3	-1...-3	+1...-4
3/3	-5...-23	-4...-23	-3...-23

Переход $\sigma_x(z)$ через "0" (рис. 2 а) приводит к всплеску погрешности на 2 порядка (рис. 2 б). Плавное и медленное убывание $\sigma_z(z)$ с глубиной приводит к незначительному увеличению погрешности от 0,5 % до 0,6 % при изменении z/d от 0,25 до 1,5, а плавное и быстрое убывание $U_z(z)$ по глубине приводит к значительному увеличению погрешности от 6 % до 18 % при изменении z/d от 0,25 до 1,5.

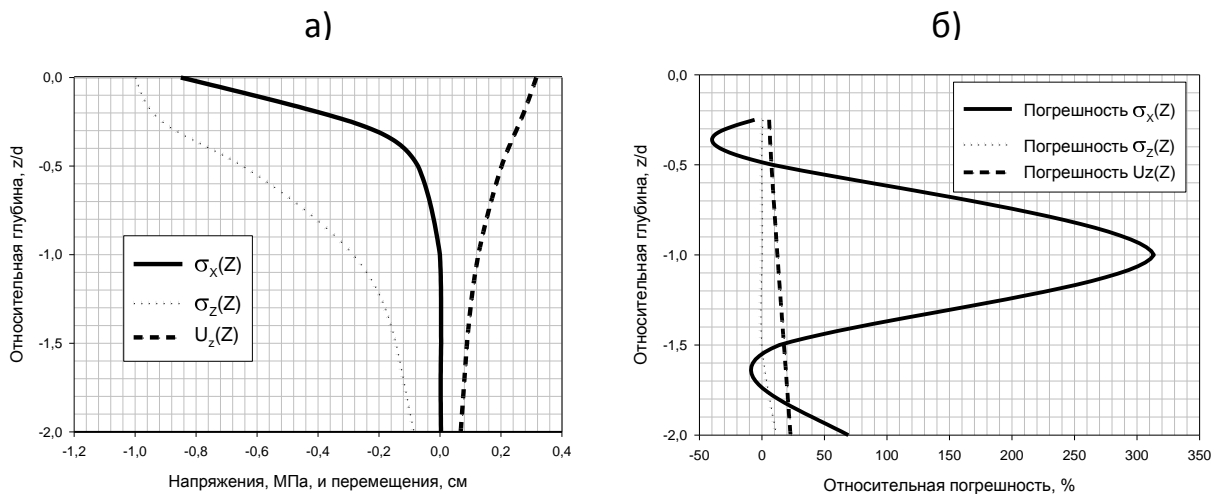


Рис. 2. а) Напряжения и перемещения в однородном полупространстве и б) погрешности определения соответствующих напряжений и перемещений методом КЭ в модели с размерами $H/D=3/3$ при длине ребра элемента 0,06 м

Рис. 2 показал, что, приступая к конечно-элементному анализу дорожной одежды, следует уяснить не только какая часть конструкции должна исследоваться подробнее [2], но и как ведёт себя в полупространстве

исследуемая компонента НДС. Ожидая большой градиент перемещений или напряжений, численный эксперимент для оценки влияния сгущения сетки на погрешность компонентов НДС поставили следующим образом. Около оси нагружения выделили зону, в которой сгущали сетку от 6 до 1 см, а на внешней части модели сетку разряжали (см. рис. 3). Размеры зон сгущения и разряжения модели, а также соотношение размеров КЭ в этих зонах подобрали так, чтобы в модели с размерами $H/D=3/3$ м количество узлов было, примерно, одинаковым (239 000 ... 248 000). На рис. 4 представлены результаты расчётов погрешности определения σ_x в точке 7, расположенной на глубине 0,36 м.

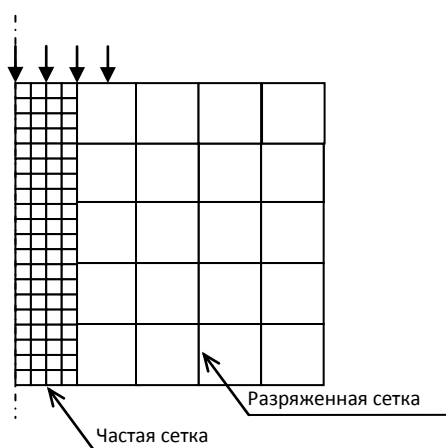


Рис. 3. Схема сгущения сетки

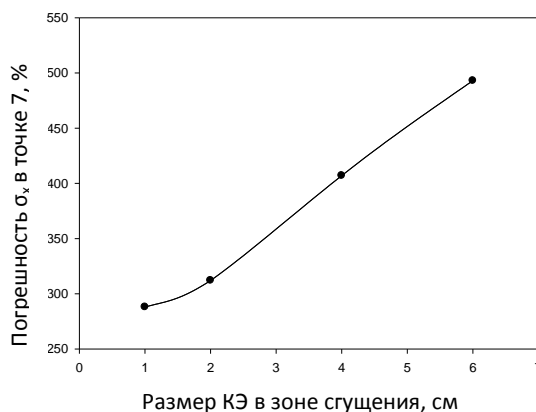


Рис 4. Влияние сгущения сетки на погрешность определения σ_x

Двухслойное полупространство

Для определённости толщину верхнего слоя модели h_1 приняли равной 18 см, так как параметры нагрузки не изменяли ($d = 0,36$ м, $q = 1$ МПа), то $h_1/d = 0,5$. Модуль упругости верхнего слоя E_1 варьировали в диапазоне от 500 МПа до 5000 МПа, при этом коэффициент Пуассона оставляли неизменным $\mu_1 = 0,25$. Толщина нижнего слоя модели $h_2 = H - h_1$. Длину ребра КЭ в верхнем и нижнем слоях модели приняли равной 0,06 м. Механические характеристики нижнего слоя сохранили такими же как характеристик однородного полупространства первой части исследования: $E_2 = 100$ МПа, $\mu_2 = 0,35$. В расположение контрольных точек изменений не вносили. При этом полагали, что точка 6, расположенная на пограничной поверхности слоёв, принадлежит верхнему слою. Пограничную поверхность

модели двухслойного полупространства создавали путём "склеивания" поверхностей верхнего и нижнего слоёв (ANSYS-команда AGLUE).

Для исследования конечно-элементной двухслойной модели дорожной одежды, которая имеет незначительную жёсткость, установили $E_1/E_2 = 5$.

Для этой модели на рис. 5 представлены относительные погрешности: вертикальных нормальных напряжений σ_z для точек, расположенных на вертикальной оси z (рис.5 а) и вертикальных перемещений U_z для точек, расположенных на горизонтальной оси x верхней поверхности модели (чаша прогибов) (рис.5 б).

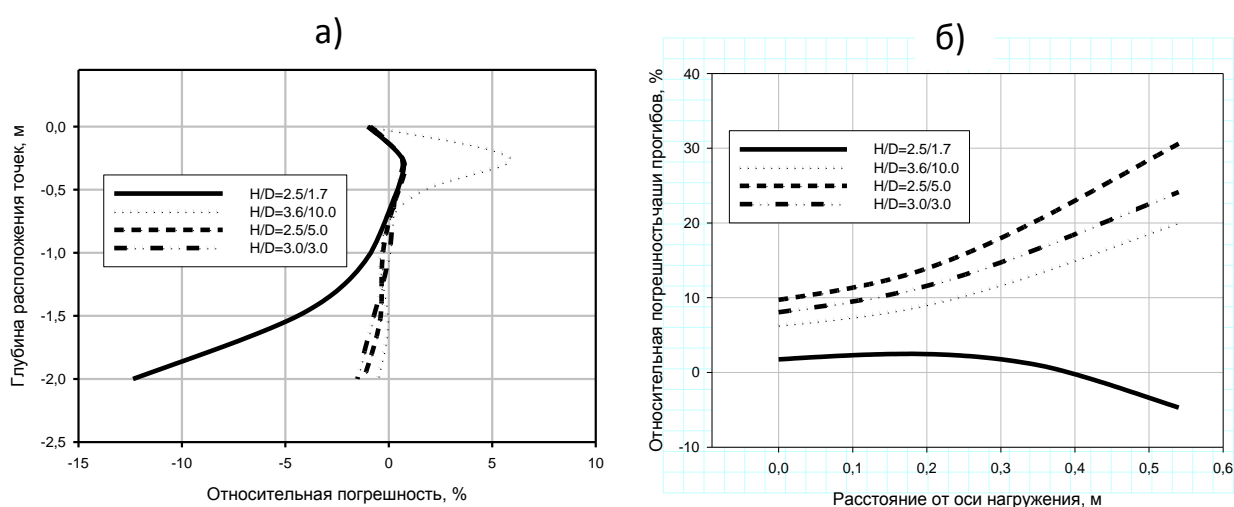


Рис. 5. Относительные погрешности (а) вертикальных нормальных напряжений σ_z для точек, расположенных на вертикальной оси z и (б) вертикальных перемещений U_z для точек, расположенных на горизонтальной оси x верхней поверхности модели (чаша прогибов)

Как видно на рис. 3 а модели, имеющие размеры $H = 2,5 - 3$ м и $D = 3 - 5$ м, обеспечивают относительную погрешность определения σ_z от - 3% до + 3%, которая допустима для инженерных расчётов. Значительные размеры модели, например, $H/D = 3,6/10$, а также модели с малым диаметром, например, $H/D = 2,5/1,7$ не обеспечивают допустимую погрешность.

Рис. 3 б показывает, что при определении вертикальных перемещений U_z верхней поверхности модели для обеспечения допустимой погрешности ($\pm 3\%$) существует рациональное соотношение высоты и диаметра модели. Это соотношение высоты и диаметра модели близко к $H/D = 2,5/1,7$.

Для двухслойной модели дорожной одежды, которая имеет значительную жёсткость, задали $E_1/E_2 = 50$.

При неизменных размерах конечно-элементной модели увеличение модуля упругости верхнего слоя от 100 МПа до 5000 МПа приводит к увеличению погрешности определения всех компонентов НДС. Например, в модели с геометрическими размерами $H/D = 3/3$ в точках, расположенных на оси z , погрешности увеличиваются следующим образом:

U_z на (8 ... 27)%; σ_z на (0 ... 48)%; σ_x на (2 ... 1300)%.

Увеличивая диаметр модели от 3 м до 9 м при неизменной высоте $H = 3$ м, можно уменьшить погрешности компонентов НДС на оси z по всей исследуемой глубине модели. Например, на глубинах z/d от 0,25 до 2:

- погрешность U_z уменьшается не более, чем на 1,25%;
- погрешность σ_z уменьшается не более, чем на 0,8%;
- погрешность σ_x уменьшается более, чем в 5 раз, а именно, на глубине $z/d = 2$ при $D = 3$ м погрешность была 1424%, а при $D = 9$ м стала 282%.

Таким образом, при создании конечно-элементной модели дорожной одежды с целью исследования НДС, инициированного какими-либо особенностями, типа трещин, арматуры и т. п., целесообразно прежде установить рациональные, с точки зрения получения приемлемых погрешностей, геометрические размеры и граничные условия для модели, а также вид и размеры КЭ, опираясь на известные строгие решения теорий упругости или вязкоупругости слоистого полупространства.

Использование МКЭ предъявляет повышенные требования к квалификации специалиста в отношении ввода исходных параметров (геометрических размеров рассматриваемой области, условий на ее границах, размеров элементов и густоты сетки), интерпретации результатов расчета и анализа погрешности, особенно в тех случаях, когда точного решения не имеется.

К сожалению, многие специалисты (например, [3]) не отдают себе отчета в необходимости предварительной калибровки стандартного конечно-элементного программного комплекса применительно к рассматриваемой конструкции и считают возможным калибровать и проверять расчетную схему МКЭ путем сравнения с экспериментально измеренными деформациями в асфальтобетонном покрытии. Проведенные нами расчеты свидетельствуют о неприемлемости такого подхода, поскольку расчетная схема МКЭ для данной конструкции должна варьироваться в зависимости от

толщин слоев, их температуры и даже от того, какой именно компонент напряжения или деформации рассчитывается.

Литература

[1] Приварников А.К. Пространственная деформация многослойного основания. – В кн.: Устойчивость и прочность элементов конструкций. Днепропетровск: Изд-во Днепропетр. ун-та, 1973, с. 27-45.

[2] Каплун А.Б., Морозов Е.М., Олферьева М.А. ANSYS в руках инженера. Практическое руководство.- М.: Книжный дом "ЛИБРОКОМ", 2009.- 269 с.

[3] Al-Qadi I.L., H. Wang. Full-depth pavement responses under various tire configurations: accelerated pavement testing and finite element modeling. – Journal of the Association of Asphalt Paving Technologists, Vol. 78, 2009, pp. 721-760.